Funzione parametrica - Scelta A

Siano $f_k(x) = \ln\sqrt{(4-k)x^2+(k-3)x+1}$ e $g_k(x) = f_k''(x)$, rispettivamente una famiglia di funzioni di parametro k e la sua derivata seconda.

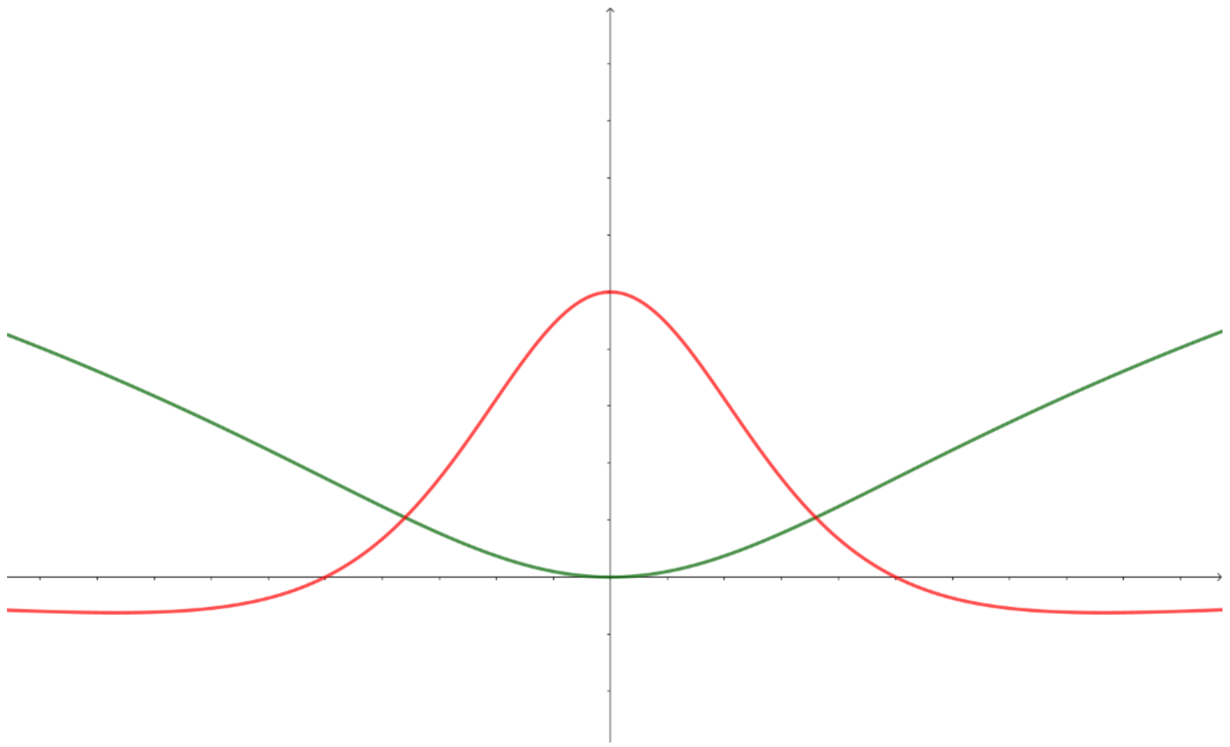
a. Discuti il comportamento della funzione $f_k(x)$ al variare di k e, in particolare, indica l'intervallo o gli intervalli in cui il parametro rende la funzione $f(x)$ continua in R.

b. Nel piano cartesiano sono rappresentati i grafici delle due funzioni per un particolare valore di k. Distingui il grafico della funzione da quello della sua derivata seconda, argomentando opportunamente.

c. Sapendo che i grafici in figura si riferiscono a due funzioni pari, determina il numero reale da sostituire a k affinché tale relazione risulti soddisfatta.

d. Studia la funzione $f(x)$ ponendo $k = 3$.

e. Verifica che l'area sottesa al grafico della funzione $g(x)$ nell'intervallo $[-1, 1]$ vale uno.



Quesito	Q1	Q2	Q3	Q4	P1	P2
Peso	**4**	**3**	**2**	**2**	**2**	**2**
Punti da 1 a 10						

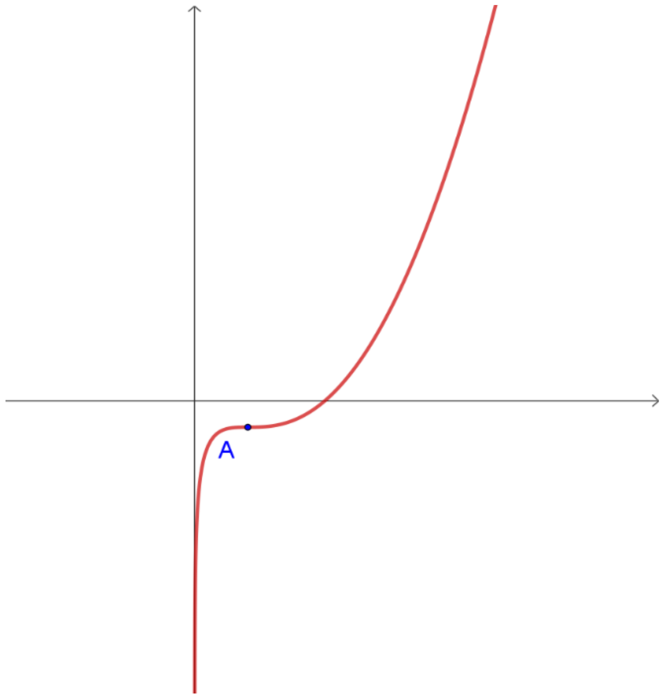
STUDENTE: ………………………………………………VOTO: ……………… *classe: V S_3*

Telese Terme 17 maggio 2024

Funzione con parametro – Scelta B

Data la funzione parametrica di equazione

$$f(x) = ln\left(\frac{x}{e^{2x-1}}\right) + kx^2$$



a. determina il valore di k affinché la funzione risulti biiettiva (vedi grafico in figura) e tale che abbia nel punto A un flesso a tangente orizzontale. Successivamente scrivi l'equazione della tangente nel punto A.

b. Posto $k = \frac{1}{2}$, studia il comportamento della funzione $g(x) = f'(x)$ e rappresenta il suo grafico (G) in un sistema di riferimento cartesiano.

c. Determina i punti del primo quadrante in cui la funzione $g(x)$ e la sua derivata prima si incontrano e indicali con $G(x_G; y_G)$ *ed* $E(x_E; y_E)$, dove $x_G < x_E$.

d. Calcola l'area finita di piano delimitata dalle funzioni $g'(x)$ *e* $g(x)$, nell'intervallo di estremi x_G *e* x_E e verifica che il suo valore approssima 0,361…

e. Data la retta r di equazione $y = x - 2$ e la sua primitiva fondamentale $H(x)$, individua in $\boldsymbol{A}(a; H(a))$ *e in* $\boldsymbol{B}(b; H(b))$ i punti di intersezione di r e $H(x)$.

f. Servendoti del teorema di Lagrange scrivi l'equazione della retta parallela alla retta r e tangente al grafico di $H(x)$ in un punto c interno all'intervallo $[a, b]$.

Si risolvano quattro di otto quesiti in base alle proprie competenze

1. Posto che: $\int_0^{t^2+1} \frac{2x^3+16}{x^2-2x+4} dx = 12$

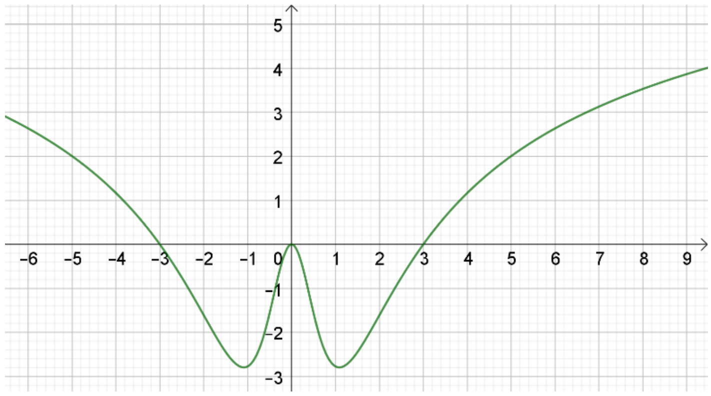
   Calcola il valore dell'estremo superiore di integrazione.

2. Data la funzione algebrica $f(x) = 9 - \frac{1}{2} \cdot (x-2)^4$, verifica se nell'intervallo $[0,4]$ sono soddisfatte le ipotesi del teorema di Rolle. In caso affermativo, determina le coordinate del punto stazionario del grafico di $f(x)$.

3. Nella famiglia di funzioni

   $f(x) = \frac{x^2+a}{x^2+b} \cdot \ln(x^2+b)$,

   individua il valore numerico dei due parametri affinché l'equazione assuma il comportamento grafico rappresentato in figura e giustifica le tue scelte.



4. Dato il fascio di parabole di equazione:

   $y = 2x^2 - 2(k+1)\,x + k^2 + 1$

   Verifica che il luogo descritto dai vertici del fascio è ancora una parabola e determina la sua equazione algebrica.

5. Data la funzione $g(x) = \frac{2}{3}\sqrt{9-x^2}$, si consideri nel primo quadrante il punto $P(p, g(p))$. Siano A e B i punti in cui la tangente nel punto P al grafico di $g(x)$ incontra gli assi cartesiani e si indichi con O l'origine del sistema di riferimento. Tra tutti i triangoli AOB, si fornisca la posizione di P per cui l'area del triangolo è minima e si calcoli il suo valore.

6. Data la funzione parametrica di equazione: $f_{a,b}(x) = \frac{(a-1)x^3+(b-2)x^2+4x}{x^2+bx+4}$

   Determina a e b in modo che la funzione ammetta un asintoto obliquo di equazione $y = 3x + 8$. Della funzione $f(x)$ così ottenuta studia le singolarità.

7. Data la famiglia di equazioni $y = ax - x^2, con\ a \in \mathbb{R}^+$, si determini il valore di a tale che l'area della regione di curva delimitata dalla funzione e dall'asse delle ascisse valga $\frac{9}{2}$.

8. Un curatore di moda vuole creare dei nuovi capi combinando tre colori freddi: verde, viola e azzurro. Il magazziniere riferisce che in base alla disponibilità può realizzare 800 combinazioni con i tre colori. Nel dettaglio spiega che vi sono capi con 6 tonalità di verde, 4 di azzurro ma non ricorda la quantità di varianti del viola. Come ha determinato lo stilista il numero di tonalità di viola disponibili?