NOME:

____

Simulazione di Matematica – PROBLEMA 1 *(G.B:)*

Data la funzione parametrica di parametro t:

$$f(x) = \frac{4t}{tx^2 + 1}$$

Si considerino i valori di t tali che $f(x)$ rappresenti graficamente una curva continua in tutto R.

Sia r la retta di equazione

$$y = \frac{1}{t}$$

1. Verificare che per $t \geq \frac{1}{2}$, la retta intercetta la funzione in almeno un punto.

2. Detti P e P' i punti in cui il grafico della funzione incontra la retta r al variare di t e siano Q e Q' le proiezioni di tali punti sull'asse delle ascisse. Trovare il valore di t che massimizza l'area del rettangolo PQQ'P'.

3. Appurato che l'area del rettangolo è massima per $t = \frac{\sqrt{3}}{2}$, studiare la funzione

$$f(x) = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}x^2 + 2}$$

4. Detto A il punto di massimo della curva che rappresenta il grafico di $f(x)$, verificare che il rapporto tra l'area del rettangolo PQQ'P' e l'area del triangolo isoscele PP'A è pari ad uno.

5. Verificare, mediante calcolo, la seguente relazione di uguaglianza $f(-1) = f(1) = 8\sqrt{3} - 12$.

6. Grazie anche alla relazione del punto precedente, verificare che sussistano tutte le ipotesi del teorema di Rolle ed enuncia la tesi.

LA VALUTAZIONE PREVEDE LA RIPARTIZIONE DEI 10 PUNTI TOTALI IN MISURA DEL 75% SULLA CORRETTEZZA (7,5 PUNTI) E LA RESTANTE PARTE, OVVERO IL 25%, ANDRÀ SULLA FORMA E SUI COMMENTI (2,5 PUNTI).

VALUTAZ.	**PROBLEMA**	**QUESITO 1**	**QUESITO 2**	**QUESITO 3**	**QUESITO 4**
PESO	4	1,5	1,5	1,5	1,5
VOTO					
		VOTO FINALE IN DECIMI			

NOME:

____

Simulazione di Matematica – PROBLEMA 2 *(G.B:)*

Sia f una famiglia di funzioni trascendenti espressa dall'equazione:

$f(x) = (x^2 + a) \cdot e^{bx}$,

con a e b $\in \mathbb{R}$.

1. Data la parabola di equazione $g(x) = x^2 + 2x - 3$, determina il valore dei due parametri sapendo che la funzione $f(x)$ presenta due punti stazionari per valori di x in cui $g(x) = 0$;

2. Sostituendo ad a il valore -3 e a b il valore 1, studia la funzione $f(x)$ così ottenuta;

3. Verifica che è soddisfatta la relazione $f(0) = g(0)$;

4. Disegna il grafico della funzione $|f(x)|$, analizza i suoi punti di non derivabilità;

Riprendi la funzione parametrica $f(x) = (x^2 + a) \cdot e^{bx}$ e poni $a = 0$ e $b = 1$. Determina e/o giustifica le seguenti affermazioni

5. I grafici delle funzioni $|f(x)|$ ed $f(x)$ sono perfettamente sovrapponibili;
6. La funzione $f(x)$ presenta un minimo nell'origine O del sistema di riferimento e un massimo nel punto della curva di coordinate $B = \left(-2; \frac{4}{e^2}\right)$;
7. Trovata la retta per OB, sussistono le condizioni affinché in un punto della curva, di ascissa compresa tra $(-2, 0)$, la tangente alla curva risulta parallela alla retta per OB.

LA VALUTAZIONE PREVEDE LA RIPARTIZIONE DEI 10 PUNTI TOTALI IN MISURA DEL 75% SULLA CORRETTEZZA (7,5 PUNTI) E LA RESTANTE PARTE, OVVERO IL 25%, ANDRÀ SULLA FORMA E SUI COMMENTI (2,5 PUNTI).

VALUTAZ.	PROBLEMA	QUESITO 1	QUESITO 2	QUESITO 3	QUESITO 4
PESO	4	1,5	1,5	1,5	1,5
VOTO					
		VOTO FINALE IN DECIMI			

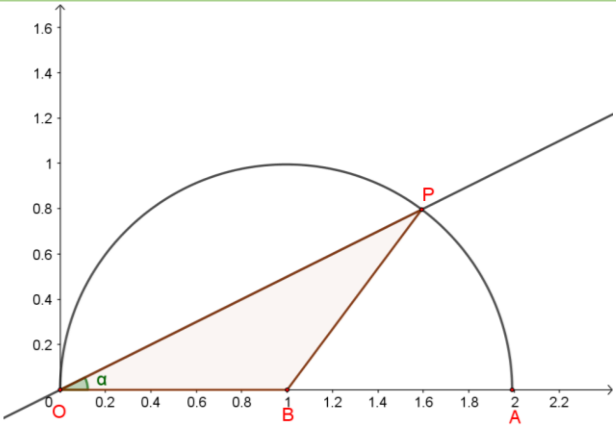
NOME: ______________________________________

Simulazione di Matematica – QUESITI *(G.B:)*

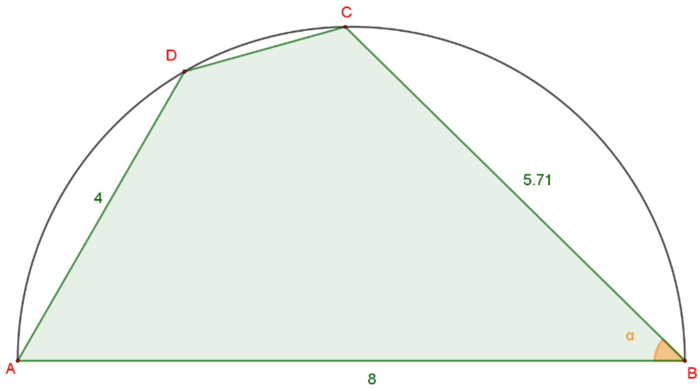
1. Data la circonferenza di raggio $r = 1$ e la retta t, passante per l'origine, si consideri il punto P, secondo punto, oltre l'origine, in cui la retta incontra la circonferenza.

   a. Spiega perché è corretto il seguente asserto: *il triangolo OPB ha area massima quando* $\alpha = 45°$

   b. Determina, mediante calcolo, il triangolo di ara massima.



2. Sapendo che l'angolo $\alpha = 44{,}48°$, determinare il perimetro e l'area del quadrilatero ABCD.



3. Stabilire per quale valore di a la famiglia di funzioni: $f(x) = \left(4^{(a-1)\cdot x^2 - x}\right)^{\frac{1}{ax^2-2}}$, ammette asintoto orizzontale di equazione $y = 2$. Della funzione così ottenuta ricerca e classifica gli altri asintoti.

4. Determinare il punto di non derivabilità della seguente funzione: $f(x) = \sqrt[3]{x\sqrt{x^2+1}}$.

5. Data la funzione algebrica $f(x) = 9 - \frac{1}{2} \cdot (x-2)^4$, verifica se nell'intervallo $[0{,}4]$ sono soddisfatte le ipotesi del teorema di Rolle. In caso affermativo, determina le coordinate del punto stazionario del grafico di $f(x)$.

6. Gilberto riesce a scomporre il polinomio di terzo grado $P(x) = x^3 - 3x + 2$, in 5 modi diversi, determinando per esso tre zeri reali. Sapresti trovare almeno tre strategie in grado di scomporre il polinomio?

7. Data la funzione parametrica $\boldsymbol{f(x) = \log_a\left[\left(x^2 - a\right)^{-2}\right]}$, stabilisci se:

   a. è una funzione pari;

   b. è discontinua per $x = \sqrt{a}$, e per il suo simmetrico rispetto all'asse delle ordinate;

   c. ha un minimo in $(0, -2)$, per valori di a >1 .