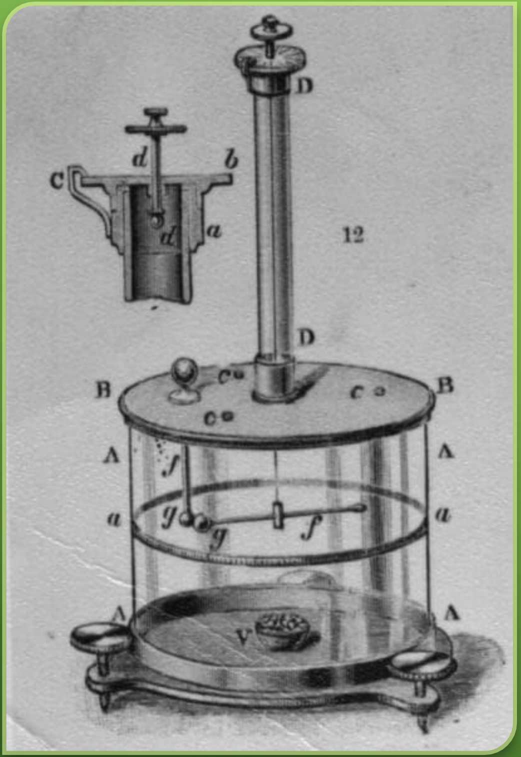
ELETTROSTATICA

RISOLUZIONE E SPIEGAZIONE DI PROBLEMI SULLA LEGGE DI COULOMB, CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UNA CARICA PUNTIFORME E CONDENSATORI

LA LEGGE DI COULOMB



Bilancia di torsione

Tramite semplici prove qualitative facilmente replicabili in laboratorio, si può osservare che le cariche si attraggono o si respingono e l'intensità dell'interazione dipende dalla quantità di carica in gioco. Un altro fattore che influenza la reciproca azione tra le cariche elettriche è distanza che le separa: se si allontanano l'una dall'altra, la forza diminuisce in modo repentino.

Grazie a una serie di misurazioni molto accurate effettuate su cariche a riposo con una bilancia di torsione, il francese Charles Augustin de Coulomb poté sintetizzare e quantificare in una legge i risultati da lui raggiunti. Valida nel caso di cariche distribuite su sferette di dimensioni così piccole da poter essere ritenute puntiformi, essa prende il nome di legge di Coulomb

$$F = K \cdot \frac{|Q_1| \cdot |Q_2|}{r^2}$$

- K è una costante che dipende dalle caratteristiche del mezzo materiale in cui si trovano le cariche e nel vuoto si indica con K_0
- Q1 e Q2 sono le due cariche elettriche puntiformi
- r è la distanza tra esse

LA COSTANTE DIELETTRICA

Il valore della costante K si modifica se la forza tra le cariche anziché nel vuoto viene misurata nell'acqua, nel vetro o più in generale in un mezzo materiale. Essa viene espressa in funzione di un'altra costante ε detta costante dielettrica assoluta del mezzo.

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon}$$

Nel vuoto si avrà: $K_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

$K_0 = 9 \cdot 10^9 N$ di conseguenza $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$

Per tener conto del diverso comportamento delle sostanze, si introduce una grandezza chiamata costante dielettrica relativa, definita come: $\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \rightarrow \varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$

La costante dielettrica relativa può essere espressa anche come: $\varepsilon_r = \frac{F_0}{F}$

Dove F0 è La forza elettrica agente nel vuoto ed F la forza che si ha quando fra le due cariche e interposto un mezzo materiale.

TABELLA 4

sostanza	ε_r	sostanza	ε_r
aria	1,0006	ambra	2,8
idrogeno	1,00027	carta	2,3
alcol etilico	25	ghiaccio	75
acqua	80	plexiglas	3,4
glicerina	42,5	porcellana	6
petrolio	2,1	silicio	12

PRIMO PROBLEMA: LEGGE DI COULOMB

Tre cariche puntiformi giacciono sull'asse delle x. La carica positiva Q_1 di 5 μC si trova nell'origine degli assi, la carica positiva Q_2 di 15 μC si trova a 2,0 m sull'asse x, e sappiamo che la forza risultante su Q_3 è uguale a 0. Quale è la posizione di Q_3?

- Per trovare l'esatta posizione della carica Q3, ci avvaliamo della legge di Coulomb. La distanza tra Q1 e Q2 è di 2 metri. Possiamo dunque indicare la distanza tra Q1 e Q3 come x e quella tra Q3 e Q2 come 2-x

$$F_{1,3} = K \cdot \frac{|Q_1| \cdot |Q_3|}{{r_{1,3}}^2} \rightarrow K \cdot \frac{|Q_1| \cdot |Q_3|}{x^2} \qquad F_{2,3} = K \cdot \frac{|Q_2| \cdot |Q_3|}{{r_{2,3}}^2} \rightarrow K \cdot \frac{|Q_2| \cdot |Q_3|}{(2-x)^2}$$

- Affinché la forza risultante sulla carica Q3 sia uguale a zero, bisogna imporre la seguente equazione

$$F_{1,3} = F_{2,3} \rightarrow K \cdot \frac{|Q_1| \cdot |Q_3|}{x^2} = K \cdot \frac{|Q_2| \cdot |Q_3|}{(2-x)^2}$$

$$(2-x)^2 \cdot |Q_1| = x^2 \cdot |Q_2|$$

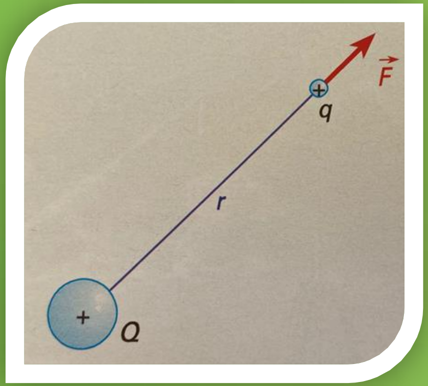
- Procedendo con i calcoli otteniamo la seguente equazione di secondo grado

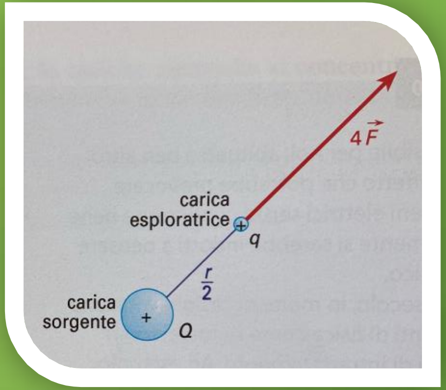
$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$x_1 = -2{,}73m \; ; \; x_2 = \mathbf{0{,}73m}$$

$x_1$non è accettabile in quanto fuori dalle due cariche positive non può esserci equilibrio

IL CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UNA CARICA PUNTIFORME





Supponendo che una carica positiva Q occupi nello spazio una determinata posizione, inseriamo nelle sue vicinanze una seconda carica positiva *q* molto piccola. È facile prevedere, in base alla legge di Coulomb, che *q* venga respinta da Q con una determinata forza.

Se avviciniamo *q* a Q, l'intensità della forza quadruplica poiché la distanza è dimezzata. Pertanto *q* svolge la funzione di **carica esploratrice** della regione di spazio che circonda la **carica sorgente** Q, evidenziando l'influenza che quest'ultima esercita attorno a sé e che varia a seconda della distanza da essa.

Gli effetti della presenza di una carica sorgente Q vengono quantificati definendo in ogni punto dello spazio, nel quale si trova Q, un'opportuna grandezza vettoriale: l'insieme di questi vettori è il **campo elettrico** $\vec{E}$.

Il **campo elettrico** è l'insieme dei vettori $\vec{E}$ da cui si può determinare la forza $\vec{F}$ che una carica sorgente Q esercita su una carica esploratrice *q* che viene a trovarsi nelle sue vicinanze.

IL VETTORE CAMPO ELETTRICO

Data una carica Q positiva, sorgente del campo, poniamo una carica esploratrice q allo scopo di evidenziare gli effetti della presenza di Q e precedere così alla costruzione del vettore campo elettrico che ha l'origine in q. Su q, per la legge di Coulomb, agisce la forza il cui modulo è $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2}$

La forza F, come si vede dalla presenza del termine q, è legata alla carica esploratrice.

Al fine di individuare una grandezza indipendente da questa carica,

possiamo dividere la forza F per q.

DEFINIAMO VETTORE CAMPO ELETTRICO: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$

Le caratteristiche del vettore sono:

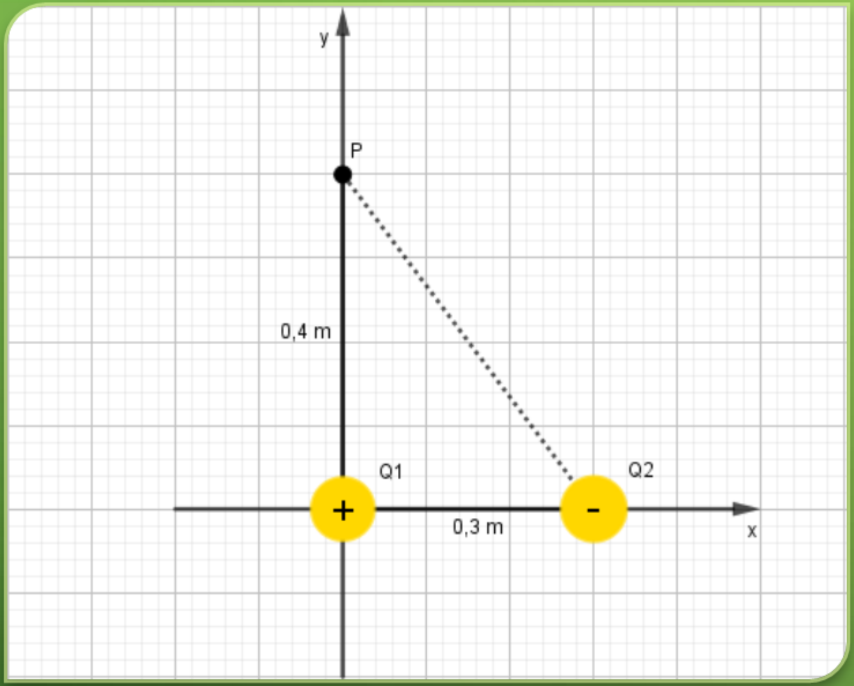
- Modulo: $\mathrm{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$
- Direzione: la retta congiunge la sorgente Q con il punto del campo preso in considerazione.
- Verso: Se la carica generatrice Q è positiva, il verso va da Q a q, in quanto la forza è repulsiva. Se è negativa, il verso va da q a Q, in quanto la forza è attrattiva

La carica esploratrice q deve avere le seguenti caratteristiche:

- Segno positivo (per convenzione)
- Intensità molto piccola e comunque trascurabile.

SECONDO PROBLEMA: CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UNA CARICA PUNTIFORME

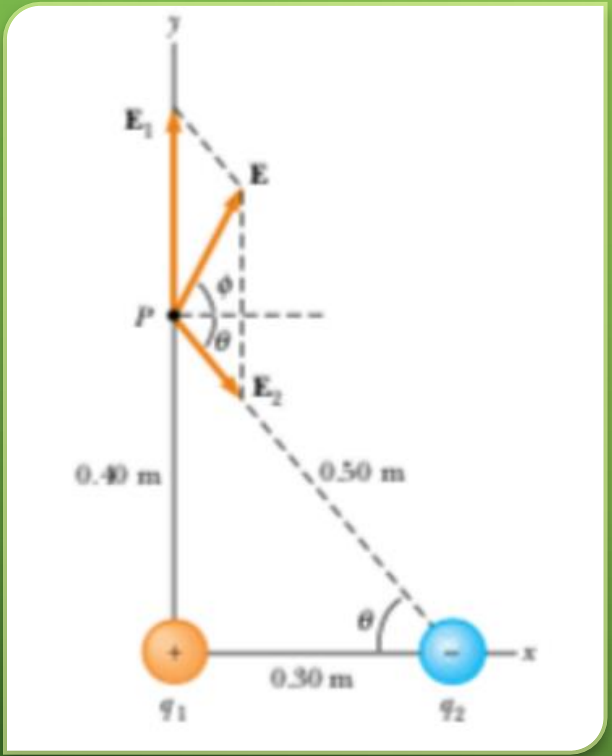
Una carica Q_1 di $7\mu C$ è posta nell'origine di un piano cartesiano e una seconda carica Q_2 di $-5\mu C$ è posta sull'asse x a 0,3m dall'origine. Trova le caratteristiche del campo elettrico nel punto P di coordinate (0;0,4)



- Il primo passaggio da fare è quello di trovare il valore dell'ipotenusa del triangolo rettangolo creatosi nel piano. Essendo i due cateti rispettivamente 0,3m e 0,4m, l'ipotenusa risulta essere 0,5m in quanto si tratta di una terna pitagorica.
- Il secondo passaggio consiste invece nel trovare i valori dei campi elettrici generati dalle cariche Q1 e Q2

$$E_1 = K\frac{|Q_1|}{d_1^2} \rightarrow \frac{9\cdot 10^9 \ \cdot 7\cdot 10^{-6}}{(O,4)^2} = 3{,}9\cdot 10^5\,\frac{N}{C}$$

$$E_2 = K\frac{|Q_2|}{d_2^2} \rightarrow \frac{9\cdot 10^9 \ \cdot 5\cdot 10^{-6}}{(O,5)^2} = 1{,}8\cdot 10^5\,\frac{N}{C}$$



- Analizziamo ora i due campi elettrici da un punto di vista vettoriale

$$E_1 \rightarrow E_{1x} = 0\,;\; E_{1y} = E_1 = 3{,}9 \cdot 10^5\,\frac{N}{C}$$

$$E_2 \rightarrow E_{2x} = E_2 \cdot \frac{0{,}3}{0{,}5} = 1{,}1 \cdot 10^5\,\frac{N}{C};\; E_{2y} = E_2 \cdot -\frac{0{,}4}{0{,}5} \rightarrow -1{,}4 \cdot 10^5\,\frac{N}{C}$$

- Il campo elettrico totale è dato dalla somma di $\overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2}$

$$\vec{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = \left(1{,}1 \cdot 10^5;\; (3{,}9 \cdot 10^5 - 1{,}4 \cdot 10^5)\right)\frac{N}{C}$$

$$\vec{E} = \left(\mathbf{1,1 \cdot 10^5; 2,5 \cdot 10^5}\right)\frac{\mathbf{N}}{\mathbf{C}}$$

$$|\vec{E}| = \sqrt{(1{,}1 \cdot 10^5)^2 + (2{,}5 \cdot 10^5)^2} = \mathbf{2,7 \cdot 10^5\,\frac{N}{C}}$$

- L’ultimo passaggio infine, consiste nel trovare la direzione del vettore campo elettrico data dall’angolo φ, che questo forma con l’asse delle ascisse

$$\varphi = tan^{-1}\frac{2{,}5 \cdot 10^5\frac{N}{C}}{1{,}1 \cdot 10^5\frac{N}{C}} = \mathbf{66°}$$

COS'È UN CONDENSATORE E A COSA SERVE?

Un condensatore presenta due superfici conduttrici, dette armature, separate da un isolante detto dielettrico.

A ciascuna delle due armature è collegato un filo che rende possibile la connessione del componente ad altri circuiti elettronici.

Lo strumento è in grado di conservare, in un sistema chiuso, la carica elettrica. Sfruttando il campo magnetico che si crea, si riesce a mantenere la carica elettrica stabile.

I condensatori, inoltre, non hanno sempre le stesse misure e la stessa capacità elettrica. In base a quello che serve fare, il condensatore può avere infatti, misure diverse e capacità differenti.

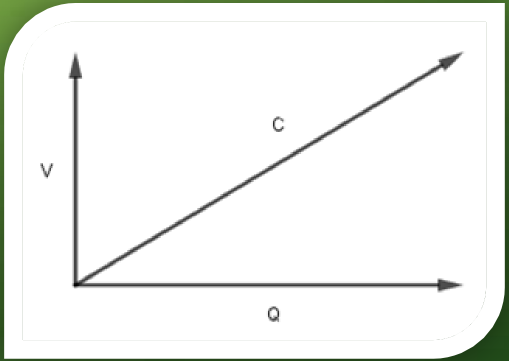
Diversi tipi di condensatori

Attraverso l'elettroscopio a foglie si può evincere che vi è una proporzionalità tra il potenziale a cui si porta un conduttore e la carica che si trova su di esso.

L'intensità Q della carica su ciascuna armatura di un condensatore è direttamente proporzionale alla differenza di potenziale V fra le armature:

$$\frac{Q}{\Delta V} = C \quad \longmapsto \quad \frac{Coulomb}{Volt} = Farad$$

C (capacità elettrica): è un parametro che dipende dalla forma e dalla dimensione del conduttore, dunque dalla distanza che intercorre tra le armature e dall'area di queste ultime.



$$Q = CV$$

ISOLANTI O DIELETTRICI E COSTANTE ε_r

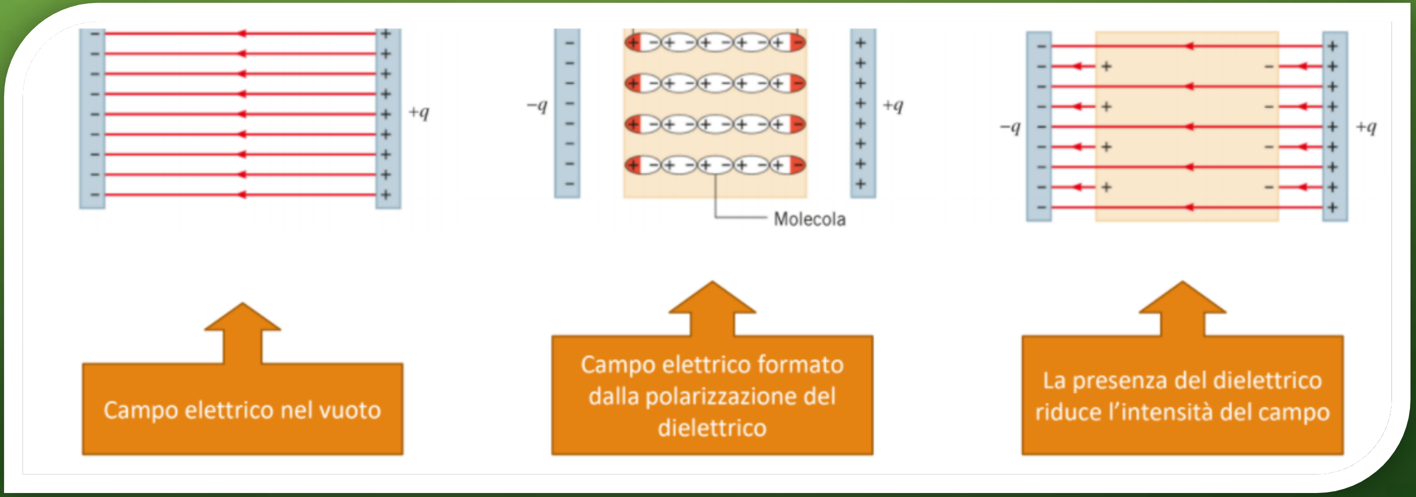
Un dielettrico può essere elettrostaticamente considerato come un insieme di dipoli elettrici. Questo materiale isolante, una volta aggiunto all'interno del condensatore, risente dell'azione del campo elettrico $\vec{E}$, già presente (i dipoli si orientano di conseguenza).

$\vec{E}_r$ (campo elettrico generato dal dielettrico) si oppone a $\vec{E}$ indebolendolo, dunque vi è una diminuzione del potenziale.

$$\varepsilon_r = \frac{E}{E_r}$$

Il calcolo della capacità in presenza di un dielettrico prende questa forma:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d}$$



TERZO PROBLEMA: CONDENSATORI

In un condensatore piano, riempito con silicio ($\varepsilon_r = 12$), la distanza tra le armature quadrate è di 12 mm. Calcola il lato dell'armatura sapendo che la capacità del condensatore in questione è pari a $9 \cdot 10^{-11} F$.

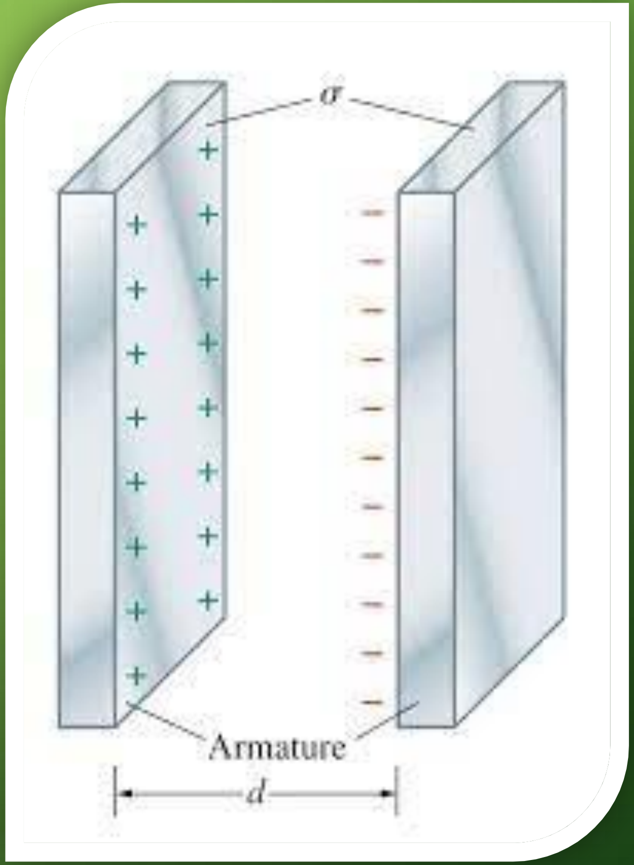
- Trovando l'area delle armature del condensatore, poiché queste sono quadrate, possiamo facilmente ricavare anche il lato. Per trovare S possiamo usufruire della formula per il calcolo della capacità dei condensatori quando tra le armature è presente un dielettrico, in questo caso il silicio.

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} \rightarrow S = \frac{C \cdot d}{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0}$$

$$S = \frac{9 \cdot 10^{-11} F \cdot 12 \cdot 10^{-3} m}{12 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{N \cdot m^2}{C^2}} \rightarrow S = 0{,}01 m^2$$

- A questo punto possiamo ricavarci il lato applicando la formula inversa a quella dell'area del quadrato;

$$S = l^2 \rightarrow l = \sqrt{S} \rightarrow l = 0{,}1 m$$



QUESTO LAVORO È STATO REALIZZATO DA:

Maria Carmen Calicchio, Nicola Cerulo, Sara Jouini, Cristina Leppa, Martina Pacillo, Emanuele Viscione