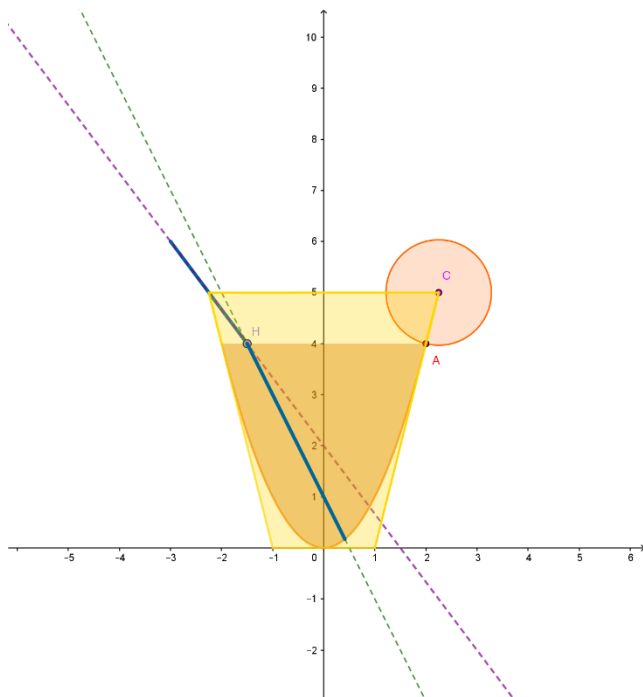




Prova di Matematica – le coniche Classe terza E

L'estate è alle porte e il fermento che accompagna il suo arrivo è reso ancor più forte dalle grandi privazioni che abbiamo dovuto sopportare in questi lunghi mesi. La pandemia da SARS-Cov-2 ha modificato le abitudini di tutti noi, tarpando le ali alla nostra socialità.

Giorgio, studente di matematica, per non gravare molto sulle spese della famiglia, lavora dietro al banco di un bar. Il locale, in tempi normali, è frequentato da molti giovani studenti, ma a causa delle restrizioni dovute al coronavirus l'affluenza al locale si è notevolmente ridotta. Così Giorgio decide di sfruttare le lunghe pause di lavoro per creare una situazione problematica allo scopo di stimolare gli studenti liceali che, a loro volta, sono stati penalizzati dalla DaD. Osserva uno dei cocktail che egli stesso ha preparato e decide di riprodurne una sezione longitudinale sul piano cartesiano (vedi figura a sinistra).



Pone la base del bicchiere lungo l'asse delle ascisse e riproduce in scala le dimensioni in rapporto di uno a tre (ogni unità sugli assi corrisponde a tre centimetri). Successivamente, Giorgio verifica che la sezione interna del bicchiere in cui è contenuta la bevanda è una parabola di vertice $V(0,0)$, mentre la sezione dell'arancia, con buona approssimazione, è una circonferenza con centro di coordinate $C\left(\frac{9}{4}, 5\right)$, inoltre entrambe le coniche passano per il punto $A(2,4)$. Da un'attenta disamina dell'oggetto reale il giovane studente scopre che la cannuccia a causa del fenomeno fisico della rifrazione devia apparentemente il suo corso nel passare dall'aria al liquido presente nel bicchiere. Da tutte queste osservazioni, trascurando le misure in centimetri, Giorgio formula le seguenti richieste:

1. determina l'equazione delle due coniche;
2. accerta che la differenza tra l'area della sezione trapezoidale e l'area del segmento parabolico sia pari a $\frac{67}{12}$;
3. spiega perché il centro C della circonferenza si trova all'esterno dei rami della parabola;

4. dato il fascio di rette:

$$4(k+1)x - (k+4)y + 14k + 29 = 0$$

verifica che si tratti di un fascio proprio e che il centro sia il punto simmetrico di C rispetto all'asse delle ordinate, punto in cui la sezione della cannuccia lambisce il bordo del bicchiere;

5. determina l'intervallo dei valori di k tali che la cannuccia risulti in contatto con il liquido della bevanda;
6. la direzione della cannuccia, rappresentata dal tratto fuori dal liquido, ha equazione $4x + 3y - 6 = 0$, calcola il valore di k che individua questa direzione;

sia H il punto in cui la cannuccia attraversa il liquido, si può notare che in tale punto la direzione della cannuccia cambia per effetto ottico della rifrazione, la sua deviazione in realtà è solo apparente. Sapendo che le rette che individuano la direzione apparente e la direzione reale incontrano l'asse delle x in due punti tali che la differenza delle rispettive ascisse è uguale a -1 ,

7. determina l'equazione della direzione apparente rappresentata dalla parte di cannuccia immersa nel liquido.



La tabella che segue contiene il peso attribuito ai singoli esercizi.

Il voto finale scaturisce dalla media ponderata scaturita dai punti attribuiti e dal relativo peso.

PUNTI DEL PROBLEMA	1	2	3	4	5	6	7
Peso	10	10	5	15	20	10	20
Punti attribuiti, da 1 a 10							