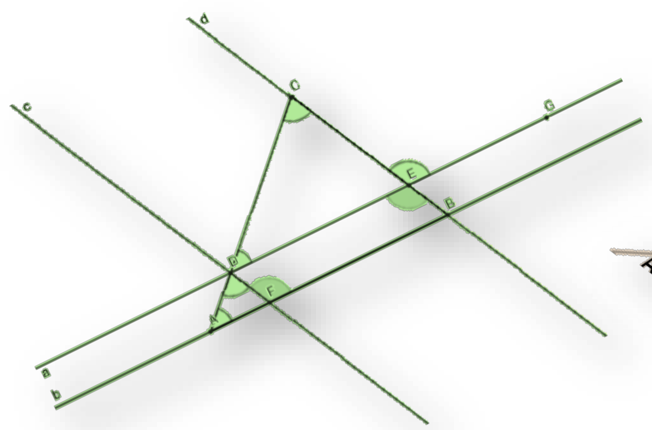
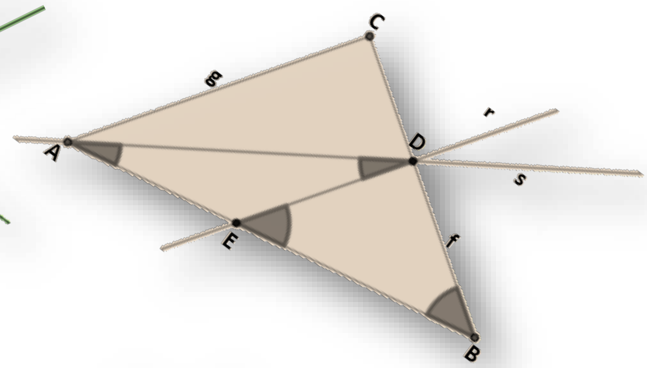
Risoluzione problemi di geometria sintetica tratti dal testo di Bergamini edito dalla Zanichelli.

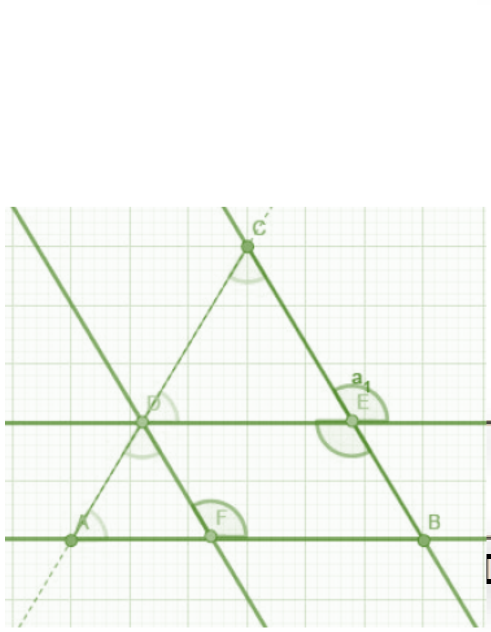
Docente di matematica Luigi Boscaino

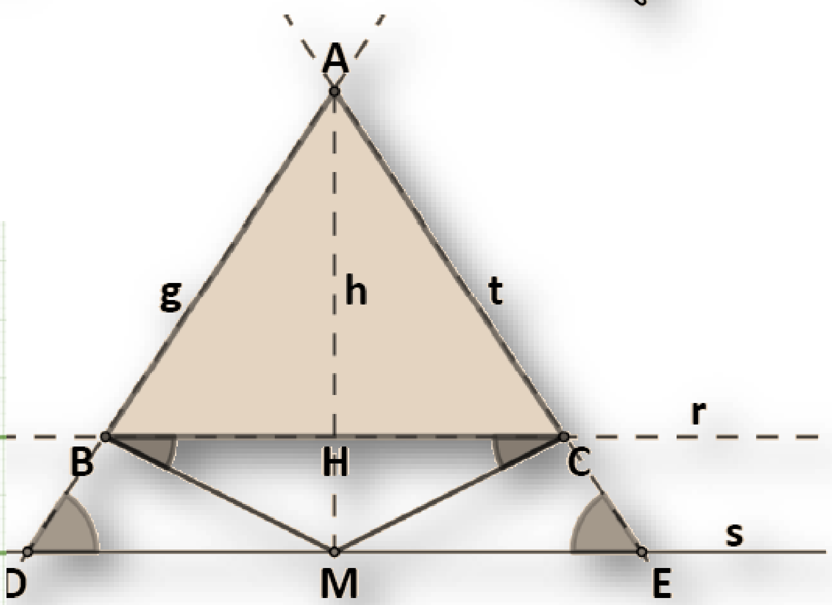
Ad opera dagli studenti della classe I sez. E del Liceo Scientifico

“Gaetano Rummo” di Benevento







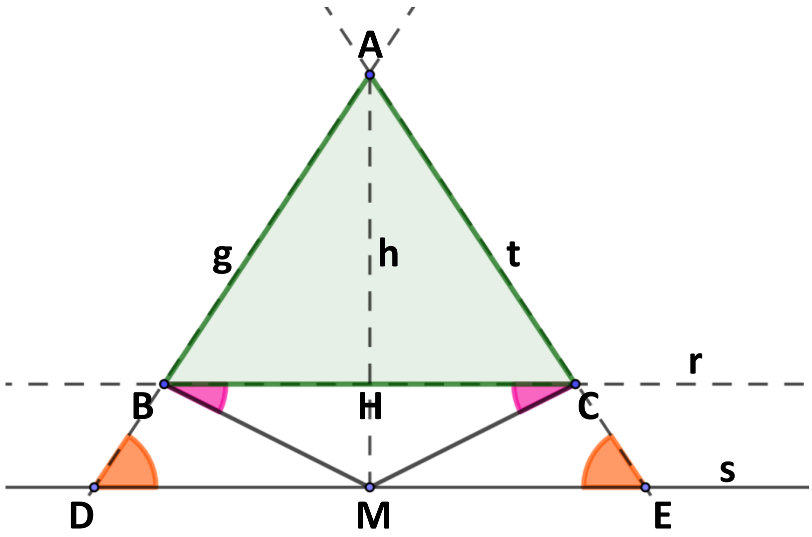


Strumenti utilizzati:
Geogebra (per la produzione delle figure geometriche);
Word (per produzione ed impaginazione del testo)

PROBLEMA GEOMETRICO

Dato il triangolo isoscele ABC, di base BC, nel semipiano di origine BC che non contiene il triangolo, traccia una parallela a BC. Tale retta interseca i prolungamenti dei lati AB e AC rispettivamente nei punti D ed E. Indicato con M il punto medio di DE, dimostra che:

a. Il triangolo ADE è isoscele.
b. Il triangolo BCM è isoscele.



Ipotesi:

1) Il triangolo ABC è isoscele.
2) s // r.
3) $\overline{DM} \equiv \overline{ME}$.

Tesi:

a) Il triangolo ADE è isoscele.
b) Il triangolo BCM è isoscele.

Dimostrazione:

a) Consideriamo il triangolo ADE.

$\widehat{BCA} \equiv \widehat{DEC}$ perché angoli corrispondenti di due rette parallele (**r** e **s**) tagliate da una trasversale (**t**).
$\widehat{ABC} \equiv \widehat{ADE}$ perché angoli corrispondenti di due rette parallele (**r** e **s**) tagliate da una trasversale (**g**) $\Rightarrow$ $\widehat{DEC} \equiv \widehat{ADE}$ perché $\widehat{ABC}$ e $\widehat{ACB}$ sono angoli alla base di un triangolo isoscele $\Rightarrow$ il triangolo ADE è isoscele perché $\widehat{DEC}$ e $\widehat{ADE}$ sono gli angoli congruenti alla base del triangolo.

Tracciamo l'altezza del triangolo ABC.

b) Consideriamo i triangoli BHM e CHM.

$\overline{BH} \equiv \overline{HC}$ perché $\overline{BC}$ è diviso dall'altezza che in un triangolo isoscele è anche mediana.

$\overline{HM} \equiv \overline{HM}$ perché lato in comune dei due triangolo.

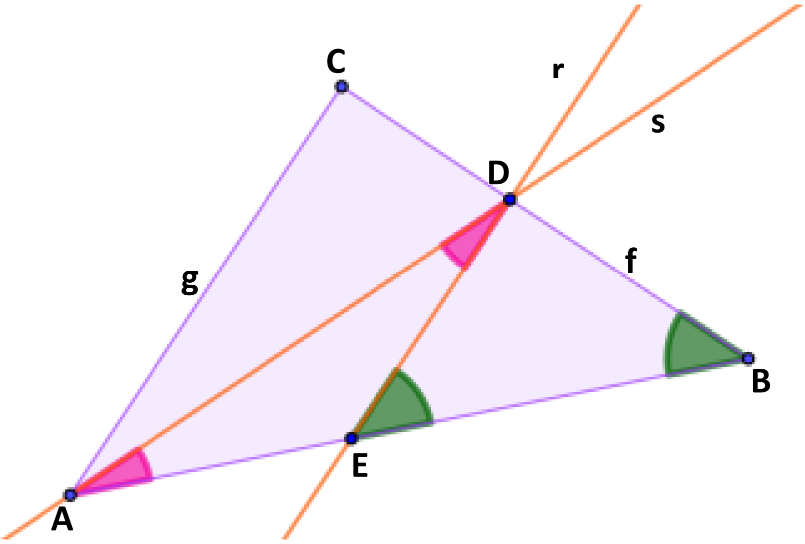
$\widehat{CHM} \equiv \widehat{BHM}$ perché l' altezza forma con la base sempre quattro angoli retti.

BHM ≡ CHM per il 1° criterio di congruenza dei triangoli. $\Rightarrow$ Il triangolo BCM è isoscele perché $\overline{BM} \equiv \overline{MC}$ o perché $\widehat{CBM} \equiv \widehat{BCM}$

<u>Cao Giulia</u>

PROBLEMA GEOMETRICO

Nel triangolo rettangolo isoscele ABC di base AB la bisettrice dell' angolo $\widehat{CAB}$ interseca CB in D. Da D conduci la parallela ad AC fino a incontrare AB in E. Dimostra che i triangoli AED e DEB sono isoscele.



IPOTESI:

1) g // r.
2) $\overline{AD}$ bisettrice dell' angolo $\widehat{CAB}$.

Tesi:

1) Il triangolo AED è isoscele;

2) Il triangolo DEB è isoscele.

Dimostrazione:

1) Consideriamo le rette parallele **t** e **r** tagliate dalla trasversale **s**.

$CAD \equiv \widehat{ADE}$ perché angoli alterni interni di due rette parallele (**t** e **s**) tagliate da una trasversale (**s**).

$CAD \equiv \widehat{DAE}$ perché tagliate dalla bisettrice AD ⇒ $DAE \equiv \widehat{ADE}$ ⇒ Il triangolo ADE è isoscele perché gli angoli alla base sono congruenti.

2) Consideriamo le rette parallele **t** e **r** tagliate dalla trasversale **g**.

$CAE \equiv \widehat{DEB}$ perché angoli corrispondenti di due rette parallele (**t** e **s**) tagliate da una trasversale (**g**).

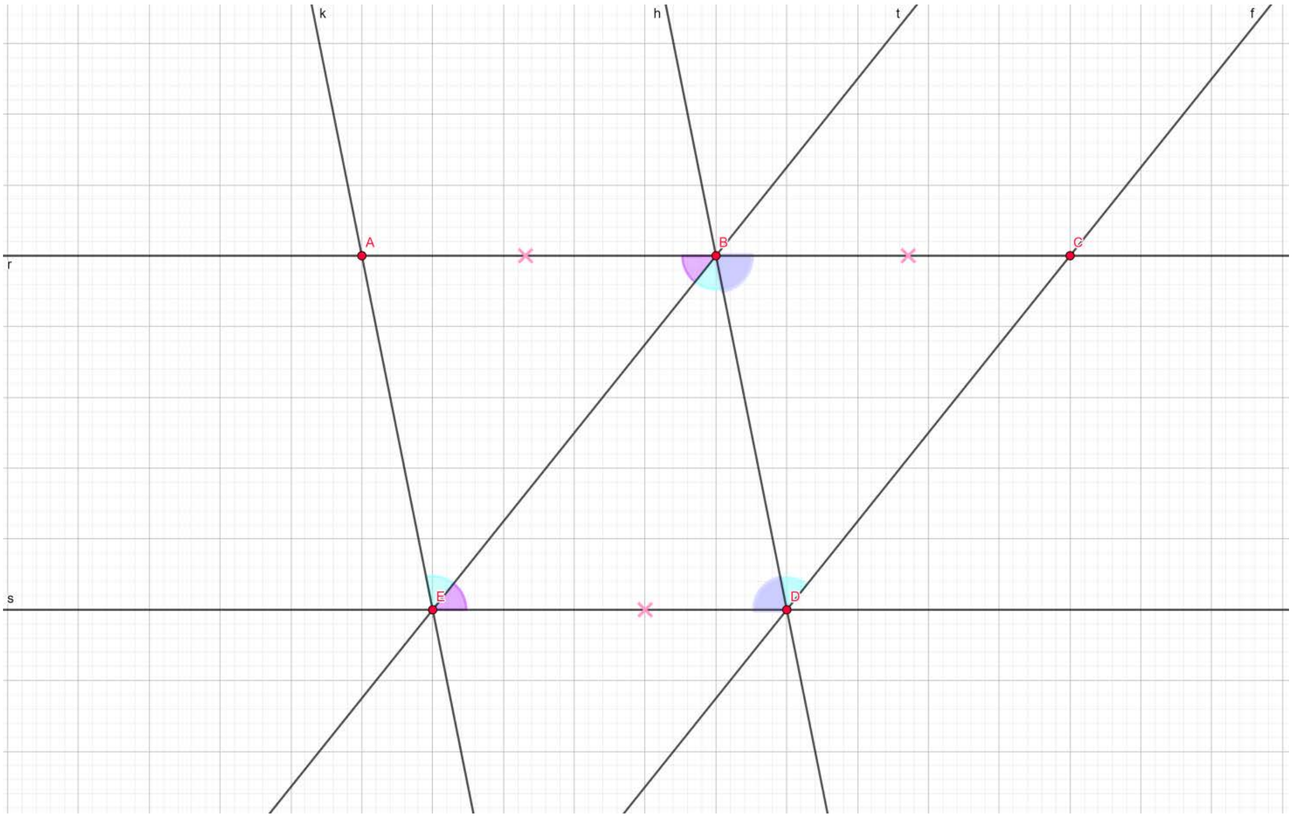
$CAE \equiv \widehat{DBA}$ perché angoli alla base di un triangolo isoscele ⇒ $\widehat{DBA} \equiv \widehat{DEB}$ ⇒ DEB è isoscele perché $\widehat{DBA}$ e $\widehat{DEB}$ sono i suoi angoli alla base.

<u>Cao Giulia</u>

PROBLEMA GEOMETRICO

Le rette r e s della figura sono parallele e inoltre AB≅BC≅ED. Dimostra che:

- la retta passante per AE è parallela alla retta passante per BD
- la retta passante per CD è parallela alla retta passante per BE



Ip:
AB≅BC≅ED
r//s
Ts:
1) la retta passante per AE è parallela alla retta passante per BD;
2) la retta passante per CD è parallela alla retta passante per BE;

Dimostrazione1:
prendiamo in considerazione i triangoli AEB e EBD;
AB≅ED per ipotesi;
EB è lato in comune di entrambi i triangoli;
l'angolo BED≅l'angolo EBA perché alterni interni delle parallele r e s tagliate da una trasversale t;
=> secondo il primo criterio di congruenza dei triangoli (LAL) => △AEB ≅△ EBD ;
=> l'angolo DBE≅ l'angolo BEA; => le rette passanti per AE e BD sono parallele perché hanno angoli alterni interni congruenti;

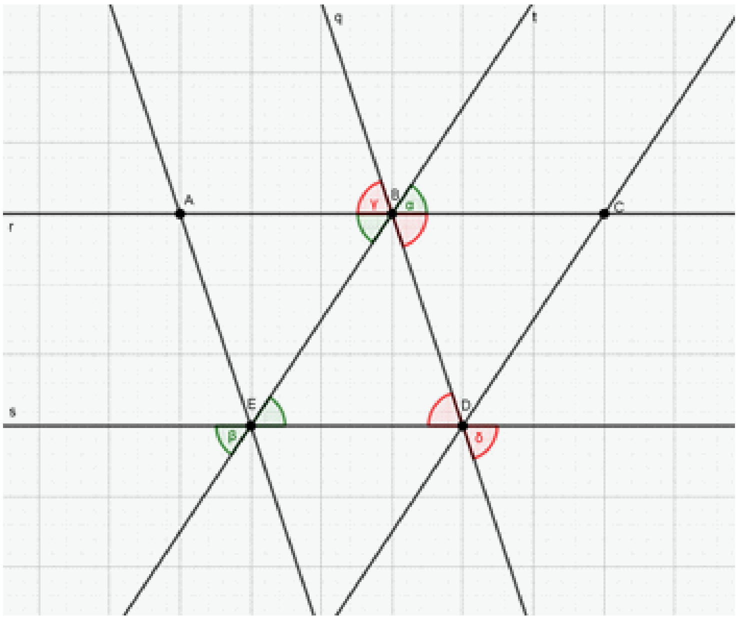
Dimostrazione2:
prendiamo in considerazione i triangoli EBD e BDC;
ED≅ BC per ipotesi;
BD è lato in comune di entrambi i triangoli;
l'angolo EDB ≅ l'angolo DBC perché alterni interni delle parallele r e s tagliate da una trasversale h;
=> secondo il primo criterio di congruenza dei triangoli (LAL) => △ EBD ≅ △ BDC ;
=> l'angolo BDC ≅ l'angolo EBD => le rette passanti per CD E BE sono parallele perché hanno angoli alterni interni congruenti.

Giulia Furno

PROBLEMA

Le rette r e s della figura sono parallele e inoltre $AB \cong BC \cong ED.$ Dimostra che:

a) AE è parallelo a BD;
b) CD è parallelo a BE.



IPOTESI
$AB \cong BC \cong ED$
$r//s$

TESI
a) $AE//BD$
b) $CD//BE$

DIMOSTRAZIONE

a) Consideriamo le rette parallele $r//s$ tagliate dalla trasversale t.

$\alpha \cong \beta$ perché angoli alterni esterni di due rette parallele tagliate da una trasversale

$\alpha \cong \widehat{ABE}$ e $\beta \cong \widehat{BED}$ perché angoli opposti al vertice $\Rightarrow \widehat{ABE} \cong \widehat{BED}$

Consideriamo le rette passanti per AE e per BD:

se $\widehat{ABE} \cong \widehat{BED} \Rightarrow AE//BD$ perché $\widehat{ABE}$ e $\widehat{BED}$ sono angoli alterni interni congruenti pertanto $AE//BD$.

b) Consideriamo le rette parallele $r//s$ tagliate dalla trasversale q:

$\gamma \cong \delta$ perché angoli alterni esterni di due rette parallele tagliate da una trasversale

$\gamma \cong \widehat{DBC}$ e $\delta \cong \widehat{EDB}$ perché angoli opposti al vertice $\Rightarrow \widehat{DBC} \cong \widehat{EDB}$

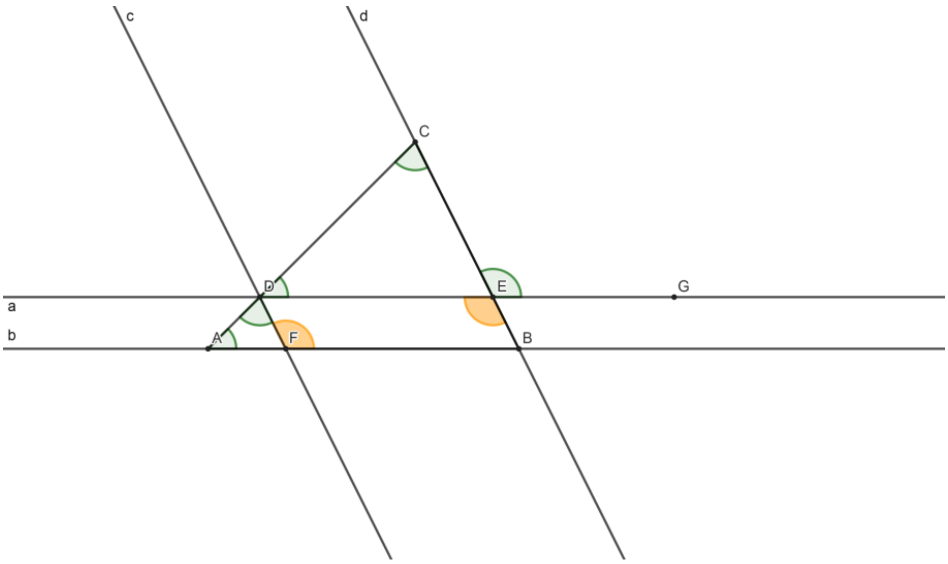
Consideriamo le rette passanti per CD e *per* BE:

se $\widehat{DBC} \cong \widehat{EDB} \Rightarrow CD//BE$ perché $\widehat{DBC}$ e $\widehat{EDB}$ sono angoli alterni interni congruenti pertanto $CD//BE$.

Nicole Nicoletti

RISOLUZIONE PROBLEMA DI GEOMETRIA SINTETICA (RETTE PARALLELE)

Da un punto D del lato AC del triangolo ABC traccia le parallele ai lati CB e AB che li interseca rispettivamente nei punti E ed F. DÊB ≡ DF̂B.



Ts → DÊB ≡ DF̂B

DIMOSTRAZIONE:

a // b d // c per costruzione

. Consideriamo le rette a e b tagliate dalla trasversale per AC

DÂF ≡ CD̂E perché angoli corrispondenti di due rette parallele

. Consideriamo la retta c e d tagliate dalla trasversale per AC

AD̂F ≡ DĈE perché angoli corrispondenti di due rette parallele

. Per il 2° teorema dell'angolo esterno:

- DF̂B è angolo esterno del triangolo DAF => DF̂B ≡ DÂF + FD̂A

- CÊG é angolo esterno del triangolo CDE => CÊG ≡ DĈE + ED̂C

=> DF̂B ≡ CÊG

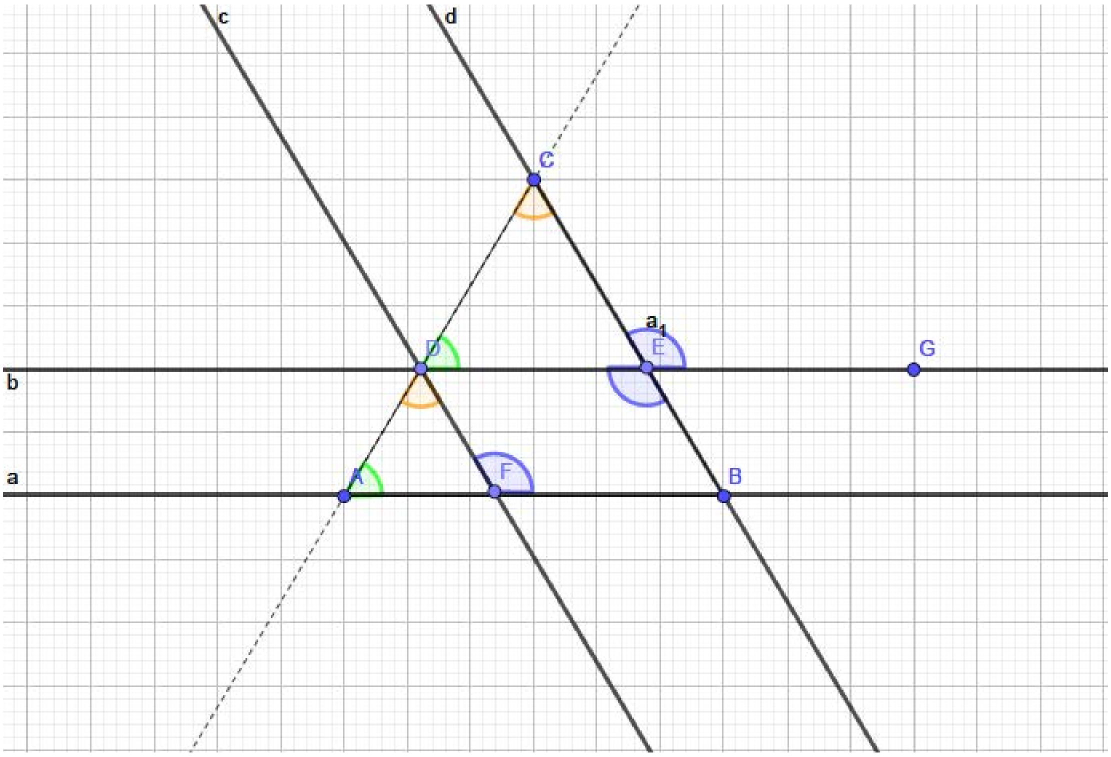
CÊG ≡ DÊB perché angoli opposti al vertice => DÊB ≡ DF̂B

c.v.d.

(Problema tratto da Matematica multimediale.blu, pag. G91 n°38)

Franzese Gabriella

Da un punto D del lato AC del triangolo ABC traccia le parallele ai lati CB e AB che li intersecano rispettivamente nei punti E e F. Dimostra che angolo DEB ≈ angolo DFB



.

TESI : angolo DEB ≈ angolo DFB

DIMOSTRAZIONE:

consideriamo le rette a e b parallele tagliate dalla trasversale per AC,

gli (angoli) FAD≈EDC perché corrispondenti di due rette parallele tagliate dalla trasversale per AC.

Consideriamo le rette c e d tagliate dalla retta per AC,

gli (angoli) DCE≈ADF perché corrispondenti di due rette parallele tagliate dalla retta per AC,

(angoli) DFB=ADF+FAD perché angolo esterno al triangolo ADF ,

(angoli)CEG=CDE+DCE perché angolo esterno al triangolo CDE ,

quindi (angoli) DFB≈CEG e CEG≈DEB perché angoli opposti al vertice ,

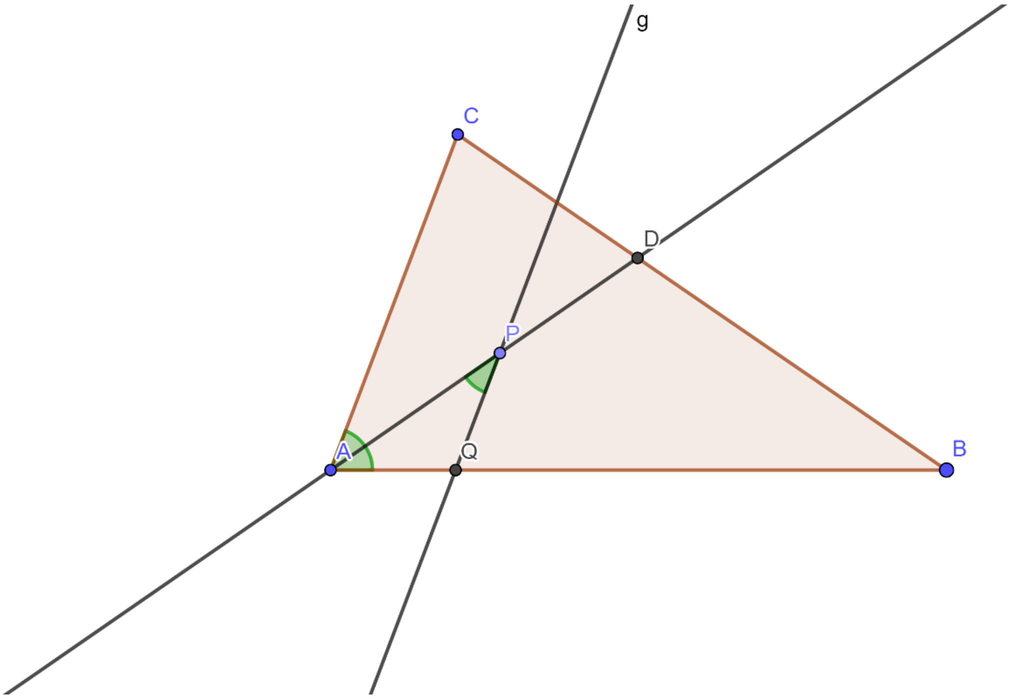
allora (angoli)DEB≈DFB.

Miceli Antonio Maria

PROBLEMA PAG. G91 n.37

Nel triangolo **ABC** traccia la bisettrice dell'angolo **Â** e fissa su di essa un punto **P**. Per **P** conduci la parallela al lato **AC** che interseca **AB** o il suo prolungamento in **Q**.

Dimostra che il triangolo **APQ** è isoscele.



IPOTESI

- AD bisettrice di **Â** => **CÂD ≡ BÂD**
- **g** // **AC**

TESI

- **APQ** è un triangolo isoscele

DIMOSTRAZIONE:

- Essendo per ipotesi **g** // **AC**, tagliate dalla trasversale per **AD,** ne consegue che $C\widehat{A}D = A\widehat{P}Q$ perché alterni interni.
- Tuttavia essendo $C\widehat{A}D = B\widehat{A}D$ per ipotesi, si deduce che $P\widehat{A}Q = A\widehat{P}Q$
- Siccome $P\widehat{A}Q = A\widehat{P}Q$ ed essendo questi gli angoli alla base del triangolo **APQ** vuol dire che lo stesso è isoscele su base **AP** avendo gli angoli alla base congruenti.

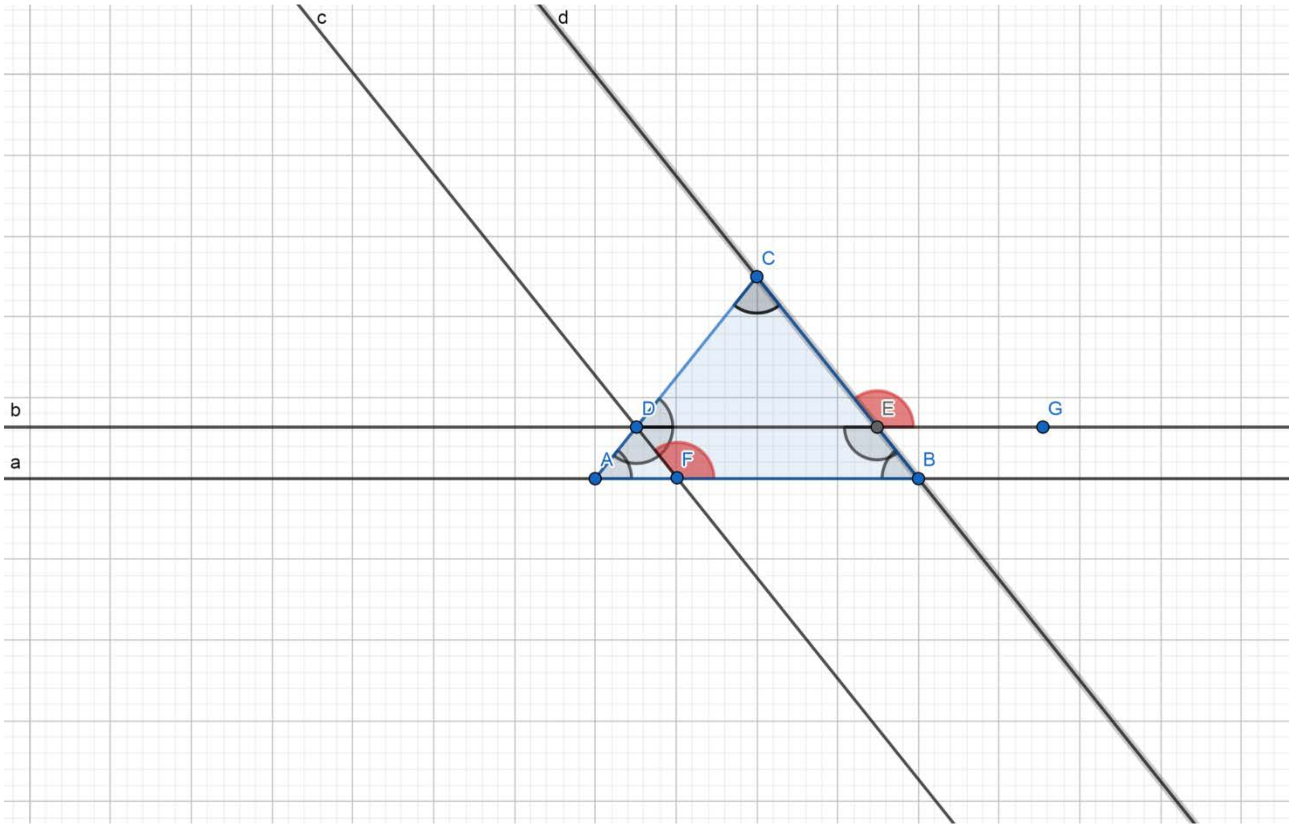
C.V.D.

Carmine Orlacchio
Antonio Calvanese

PROBLEMA DI GEOMETRIA SINTETICA RIGUARDO AL PARALLELISMO

TRACCIA: pag. G91 n.38

Da un punto D del lato AC del triangolo ABC traccia le parallele dei lati CB e AB che li intersecano rispettivamente nei punti E ed F. Dimostra che gli angoli DEB=DFB.



Ipotesi: $D \in AC$; a//b; c//d **Tesi: DEB ≅ DFB**

DIMOSTRAZIONE

a//b per costruzione;

c//d per costruzione;

Consideriamo le rette *a* ***e*** *b* ***tagliate dalla retta per*** *AC*

Gli angoli DAF = CDE sono corrispondenti di 2 parallele;

Consideriamo le rette parallele *c* ***e*** *d* ***e la trasversale per*** *AC*

Gli angoli ADF = DCE perché corrispondenti di 2 rette parallele tagliate da una trasversale;

DFB è angolo esterno del triangolo AFD;

Per il secondo teorema dell'angolo esterno di un triangolo

DFB = DAF + ADF

CEG = ECD + CDE => DFB = GEC;

CEG = BED perché opposti al vertice, quindi gli angoli

DFB = DEB

Alunno *Dario Pica ANNO SCOLASTICO 2018/19*

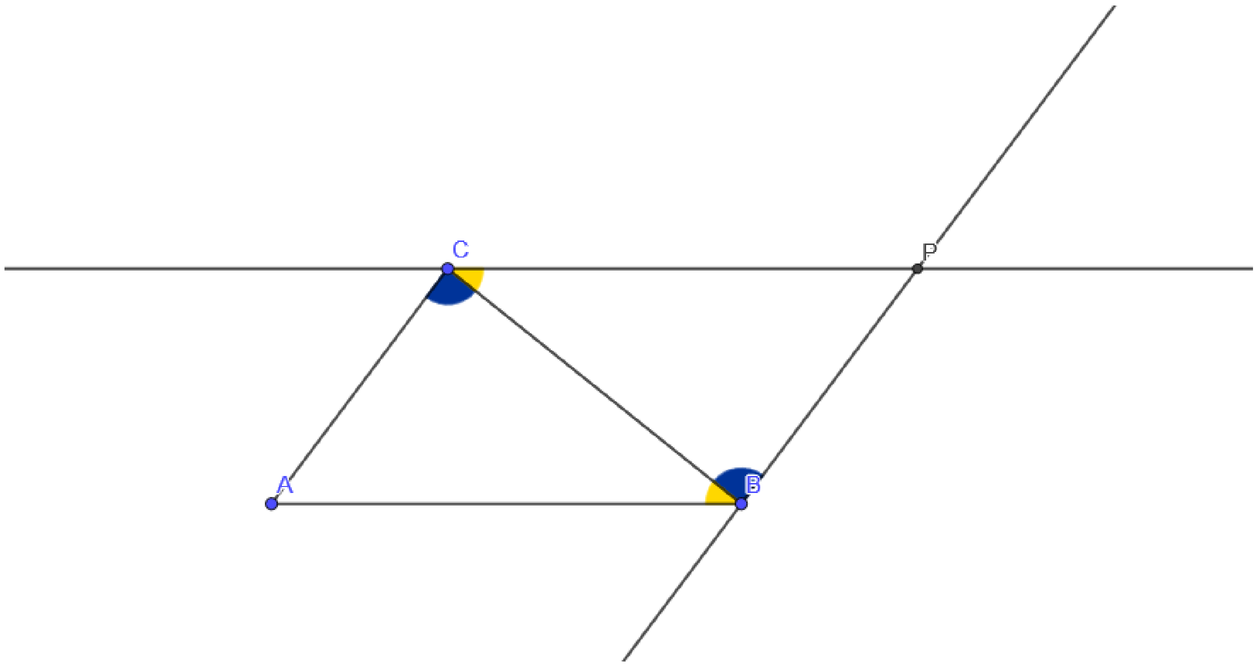
Problema di geometria sintetica

Dai vertici B e C del triangolo ABC traccia le parallele ai lati opposti e indica con P il loro punto di intersezione:

a) dimostra che ABC≅ BCP

b) considerati su AC un punto Q e su BP un punto R tali che QC≅ BR, dimostra che BQ è parallelo a RC

a)



IP

AC//PB

CP//AB

TS

ABC≅ BCP

Dimostrazione

Consideriamo i triangoli ABC e BCP:

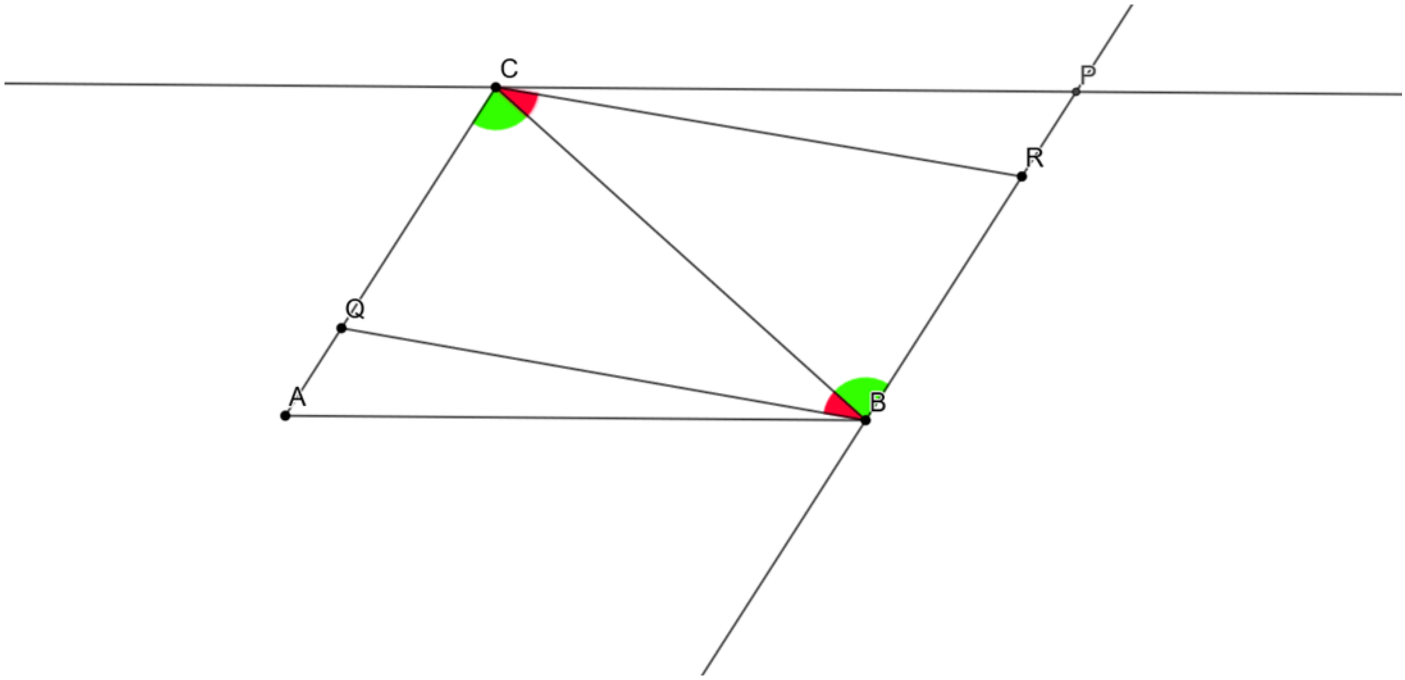
CB≅ CB (lato in comune)

AĈB≅ CB̂P (angoli alterni interni delle rette parallele passanti per AC e per PB tagliate dalla trasversale per CB)

PĈB≅ AB̂C (angoli alterni interni delle rette parallele passanti per CP e per AB tagliate dalla trasversale per CB)

Quindi ABC≅ BCP per il secondo criterio di congruenza dei triangoli c.v.d.

b)



IP

QC≅ BR

TS

BQ//RC

Dimostrazione

Dati i triangoli CQB e CRB:

CB≅ CB (lato in comune)

QC≅ BR (x ipotesi)

QĈB≅ CB̂R (angoli altrerni interni delle rette parallele passanti per AC e per PB tagliate dalla trasversale per CB)

Quindi CQB≅ CRB per il primo criterio di congruenza dei triangoli ; ne consegue che:

RĈB≅QB̂C quindi BQ//RC per il teorema delle rette parallele c.v.d.

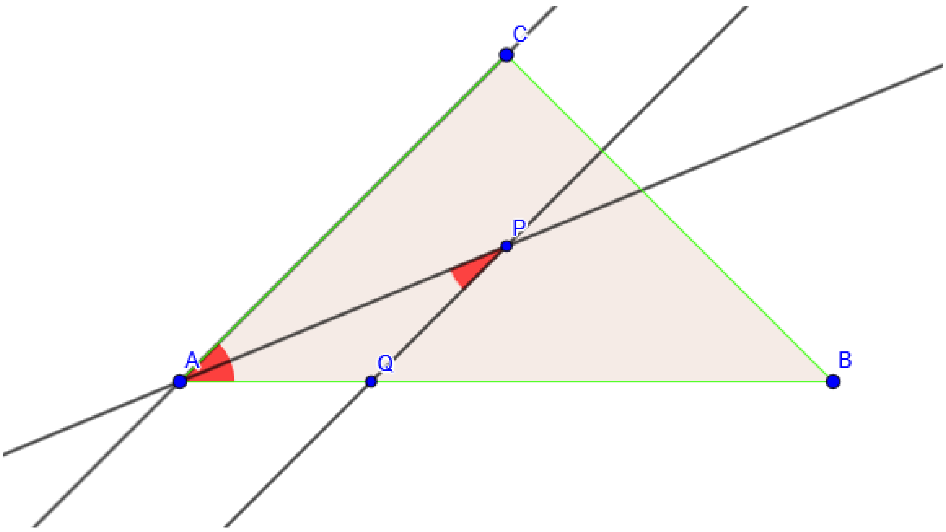
CHIARA PANELLA

Progetto di geometria sintetica. 26/04/2019

Nel triangolo *ABC* traccia la bisettrice dell'angolo Â e fissa su di essa un punto *P*.

Per *P* conduci la parallela al lato AC che interseca AB o il suo prolungamento in Q.

Dimostra che il triangolo APQ è isoscele.



La retta passante per AP è per costruzione bisettrice dell'angolo Â.

Di conseguenza i due angoli CÂP e PÂQ sono congruenti.

CÂP ≡ PÂQ

La retta passante per PQ è parallela alla retta passante per AC per costruzione.

Consideriamo le rette passanti per PQ e per AC come due rette tagliate dalla trasversale per AP.

Gli angoli CÂP e AP̂Q sono congruenti perché sono due angoli alterni interni di due rette parallele tagliate da una trasversale.

Se PÂQ ≡ CÂP e CÂP ≡ AP̂Q di conseguenza PÂQ ≡ AP̂Q.

Possiamo affermare che il triangolo APQ è isoscele sulla base AP secondo il teorema del triangolo isoscele che recita: "In un triangolo isoscele i due angoli alla basa sono congruenti".

Palmino Pio Gisoldi