

Questa scheda ha lo scopo di mostrare che l'approccio alla scomposizione polinomiale non è un mero intervento tecnico sul polinomio assegnato ma fornisce spunti utili per interventi creativi ed originali.

Dato il polinomio di terzo grado:

$$x^3 - x^2 - 4$$

Di seguito si propongono 4 diversi approcci finalizzato alla scomposizione del polinomio. Si parte con l'approccio più prevedibile: regola di Ruffini.

- 1.** Individuazione di un eventuale zero del polinomio tra $\pm 1, \pm 2, \pm 4$,

Data l'evidente impossibilità di annullare il polinomio sostituendo 1 o -1 si passa a calcolare $P(2)$
 $P(2) = (2)^3 - (2)^2 - 4 = 8 - 4 - 4 = 0$, dunque 2 è uno zero del polinomio. Appliciamo lo schema di Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & 0 & -4 \\ 2 & & 2 & 2 & 4 \\ \hline & 1 & 1 & 2 & 0 \end{array}$$

il trinomio si riscrive come

$$(x^2 + x + 2) \cdot (x - 2)$$

Vani sono i tentativi di scomporre il trinomio di secondo grado.

- 2.** Riscriviamo il polinomio nella forma equivalente: $x^3 - 2x^2 + x^2 - 4$, si raccoglie a fattor comune x^2 nella prima coppia e si scompone la differenza di quadrati $x^2 - 4$ presente nella seconda coppia, ottenendo così:

$$x^2 \cdot (x - 2) + (x + 2)(x - 2)$$

Grazie al raccoglimento successivo del binomio comune $(x - 2)$

$$(x^2 + x + 2) \cdot (x - 2)$$

- 3.** Riscriviamo il polinomio nella forma equivalente: $x^3 - x^2 - 8 + 4$. Si ravvisa la presenza di una differenza di cubi e di una differenza di quadrati. Pertanto:

$$x^3 - 8 - (x^2 - 4) = (x - 2) \cdot (x^2 + 2x + 4) - (x - 2) \cdot (x + 2)$$

Grazie al raccoglimento successivo del binomio comune $(x - 2)$

$(x - 2) \cdot (x^2 + 2x + 4) - (x - 2) \cdot (x + 2) = (x - 2) \cdot (x^2 + 2x + 4 - x - 2)$, da cui, sommando i monomi simili in parentesi,

$$(x^2 + x + 2) \cdot (x - 2)$$

- 4.** Sommiamo e sottraiamo il monomio $4x$ e riscriviamo il polinomio nella forma equivalente:

$x^3 - 4x - x^2 + 4x - 4$, si raccoglie x nella prima coppia e si raccoglie -1 nel trinomio restante:

$x \cdot (x^2 - 4) - (x^2 - 4x + 4)$, quindi si scompone la differenza di quadrati (binomio in parentesi) e il quadrato di binomio (trinomio in parentesi)

$$x \cdot (x^2 - 4) - (x^2 - 4x + 4) = x \cdot (x + 2) \cdot (x - 2) - (x - 2)^2,$$

Grazie al raccoglimento successivo del binomio comune $(x - 2)$

$x \cdot (x + 2) \cdot (x - 2) - (x - 2)^2 = (x - 2) \cdot [x(x + 2) - (x - 2)]$, perfezionando i calcoli nelle parentesi quadre...

$$(x^2 + x + 2) \cdot (x - 2).$$