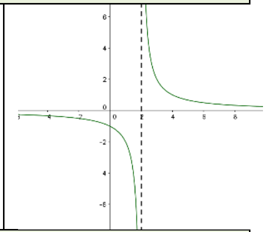
Limiti

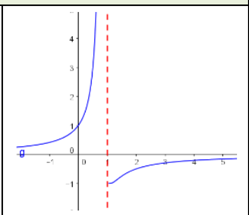
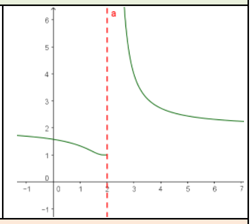
Ricerca degli asintoti

Tipologia: attività di laboratorio
Autore: Luigi Boscaino
Data: 27/03/2016

Asintoto verticale $x = x_0$

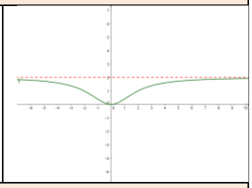
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \pm\infty$$

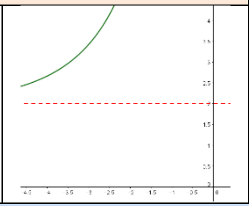
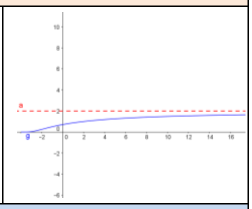


$x = x_0$ Asintoto sinistro		$x = x_0$ Asintoto destro	
$\lim_{x \to x_0^-} f(x) = \pm\infty$		$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = \pm\infty$	

$y = l$ Asintoto orizzontale

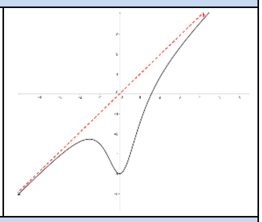
$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = l$$

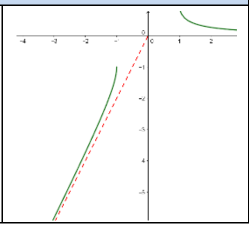
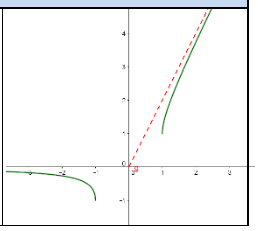


$y = l$ Asintoto sinistro		$y = l$ Asintoto destro	
$\lim_{x \to -\infty} f(x) = l$		$\lim_{x \to +\infty} f(x) = l$	

$y = mx + q$ Asintoto obliquo

$$m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x}; \quad q = \lim_{x \to \infty} [f(x) - mx]$$



$y = mx + q$ Asintoto sinistro		$y = mx + q$ Asintoto destro	
$m = \lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x};$ $q = \lim_{x \to -\infty} [f(x) - mx]$		$m = \lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x};$ $q = \lim_{x \to +\infty} [f(x) - mx]$	

LEGENDA: sappiamo che una funzione reale indicata con $y = f(x)$, nel piano cartesiano xoy è rappresentata graficamente da una curva G_f. Spesso, osservando l'andamento della curva, si rileva che più ci si allontana dall'origine del sistema di riferimento tanto più la curva tende a convergere verso una linea retta immaginaria. Studiandone i comportamenti al limite potremmo scoprire la presenza di un asintoto per la funzione, retta a cui la curva tende e che non incontra. Queste particolari comportamenti delle curve possono tradursi in asintoti verticali, orizzontali e obliqui.

Le funzioni possono presentare più asintoti verticali mentre presentano fino a due asintoti tra orizzontali e obliqui. L'asintoto orizzontale non può convivere con l'asintoto obliquo se non nel caso in cui si presenti uno di essi a sinistra e l'altro a destra (es. $y = x + \sqrt{x^2 - 1}$). La curva può attraversare sia l'asintoto orizzontale che l'asintoto obliquo mentre al tendere di x all'infinito assume un comportamento asintotico, ovvero si avvicina sempre di più alla retta.

L'asintoto verticale di equazione *x=h*, si presenta nei punti di discontinuità di seconda specie della funzione a patto che il limite sinistro, il limite destro o entrambi risultino uguali all'infinito. Non tutte le discontinuità di seconda specie prevedono l'esistenza dell'asintoto verticale. Ad esempio funzioni che hanno nel punto di discontinuità il limite sinistro, il limite destro o entrambi inesistenti ovvero non determinabili, pur rappresentando discontinuità di seconda specie, non presentano asintoto in quel punto. Ne è un esempio la funzione $y = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ al tendere di *x* a zero. In definitiva la presenza dell'asintoto verticale comporta la presenza di una discontinuità di seconda specie viceversa una discontinuità di seconda specie non garantisce la presenza dell'asintoto.

L'asintoto orizzontale di equazione *y=k*, si presenta nel grafico della funzione se, al tendere di *x* all'infinito, la funzione tende al valore finito indicato con *k*. Se una funzione tende al valore *k* solo per *x* tendente a meno infinito si parlerà di asintoto orizzontale sinistro. Analogamente la funzione potrebbe convergere a *k* per *x* che tende a più infinito e presentare così un asintoto orizzontale destro. La funzione incontra l'asintoto se il sistema tra l'equazione della funzione e l'equazione della retta ammette soluzioni.

L'asintoto obliquo di equazione *y=mx+q*, si presenta nel grafico della funzione se, *m* e *q* esistono e sono finiti al tendere di *x* all'infinito. Ricordando che il coefficiente angolare *m* è la tangente goniometrica dell'angolo che la retta forma con l'asse delle ascisse, tale valore è espresso dal rapporto tra la differenza delle ordinate e la differenza delle ascisse di due punti presi a piacere sulla retta. Pertanto in un intorno sinistro di più infinito tale rapporto si esprime come *f(x)* fratto *x*. Il valore dell'intercetta o termine noto *q* scaturisce dall'equazione della retta isolandolo e passando al limite: *q=y-mx*.