

1. funzione divergente

Data una funzione $y = f(x)$, definita in un intervallo $[a, b]$ di numeri reali. Sia $x_0 \in [a, b]$, un numero reale in cui la funzione non è definita (x_0 punto di accumulazione), in questa attività di laboratorio intendiamo giustificare la seguente scrittura:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \pm\infty$$

Ovvero si intende esplicitare il concetto di limite divergente della funzione, al tendere di x ad un valore finito.

Formalmente tale circostanza si giustifica come segue:

$$\forall M > 0, \exists I(x_0): \forall x \in I(x_0) \text{ si ha } |f(x)| > M$$

Cerchiamo, con il contributo di un Learning Object creato con Geogebra, di spiegare il senso di questa rappresentazione:

scegliendo un numero arbitrario positivo M (grande quanto si vuole), è sempre possibile ricavare un intorno di x_0 tale che tutte le x che cadono in quest'intorno hanno immagini in valore assoluto così grandi da superare il valore di M prescelto. Naturalmente la scelta dell'intorno è condizionata dal valore di M .

In effetti, individuato un interlocutore scettico, si ingaggia una sorta di gara in cui si invita il malcapitato a scegliere un valore arbitrario, indicato con M (positivo e grande a sua discrezione), tale scelta condiziona "l'ampiezza" dell'intorno di x_0 in modo tale da garantire che al suo interno tutti i valori reali x forniscano delle immagini più grandi del numero M .

Nell'oggetto interattivo creato con il programma Geogebra (attivabile cliccando sul logo di Geogebra), si può muovere il cursore su uno slider che fa variare il valore di M , ciò permette di apprezzare le variazioni degli intorni sinistro e destro di x_0 nonché delle rispettive immagini, decrescenti da sinistra e crescenti da destra.