Interpretazione dei grafici

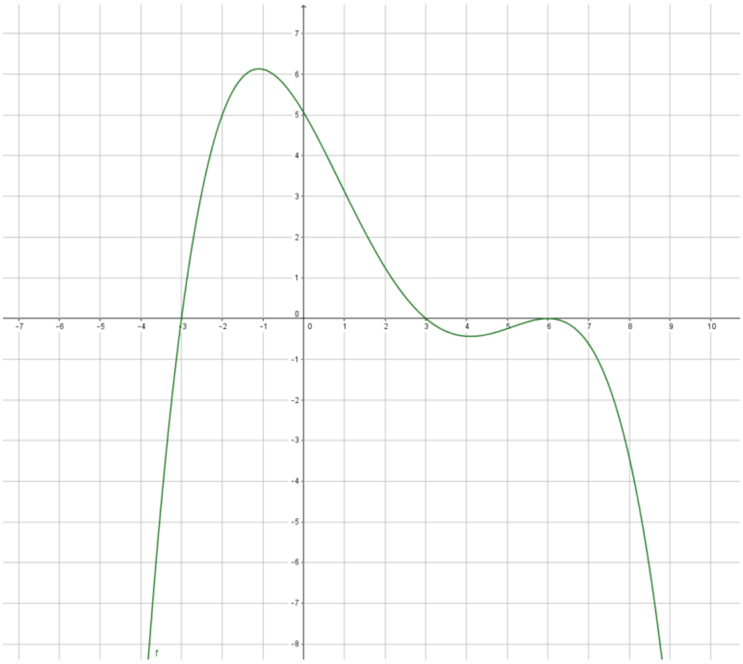
Tipologia: attività di laboratorio

Autore: Luigi Boscaino

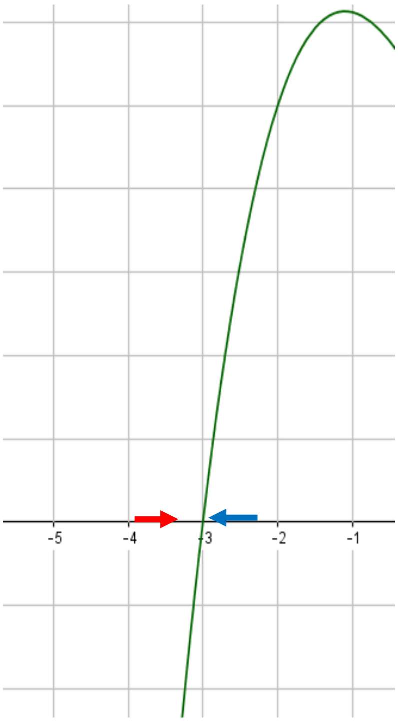
Data: 04/12/2015

1. Costruzione della reciproca

La reciproca di y=f(x), $y = \frac{1}{f(x)}$, si può rappresentare, con buona approssimazione, a partire dal grafico di f(x). Consideriamo per semplicità una funzione algebrica.



OSSERVAZIONI: la funzione di partenza è una curva di grado pari che tocca l'asse delle ascisse in tre punti. In due punti la curva attraversa l'asse delle ascisse mentre nel terzo punto è tangente all'asse. Pertanto abbiamo quattro zeri per l'equazione f(x)=0 di cui uno doppio nel punto di ascissa 6. In base a questa prima osservazione deduciamo che la reciproca avrà gli zeri al denominatore. Quindi la reciproca presenta in questi punti delle discontinuità (non essendo determinabile il valore della funzione perché presenterebbe lo zero al denominatore). Ciò si traduce in una rappresentazione della curva tendente a verticalizzare (al tendere di x a uno zero di f(x), la reciproca sale verso + infinito o scende verso – infinito). A caratterizzare l'andamento della reciproca è il comportamento del grafico di f(x) **intorno agli zeri**. Nel nostro esempio la curva incontra l'asse x in (-3, 0), (3, 0) e (6, 0). Consideriamo il punto (-3, 0) per la discussione grafica e, successivamente, deduciamo gli altri due. Ingrandendo l'immagine si può notare che al tendere di x a -3 la funzione, ovvero il polinomio f(x), tende a zero. Ma cosa accade intorno a -3? Avvicinandosi con le ascisse a -3 da sinistra (vedi freccia rossa), la curva, trovandosi al di sotto dell'asse x, assume valori di ordinata negativi (f(x)<0), fino a raggiunge il valore di ascissa -3 dove f(-3)=0. Pertanto, a sinistra la funzione assume valori negativi sempre più vicini allo zero. Ciò empiricamente ci permette di osservare che la sua reciproca assumerà, nello stesso intorno sinistro, valori negativi molto grandi in valore assoluto (dato che nella reciproca è il denominatore che si avvicina a zero). Quindi la curva che rappresenta la funzione reciproca si svilupperà verso il basso tendendo a meno infinito.

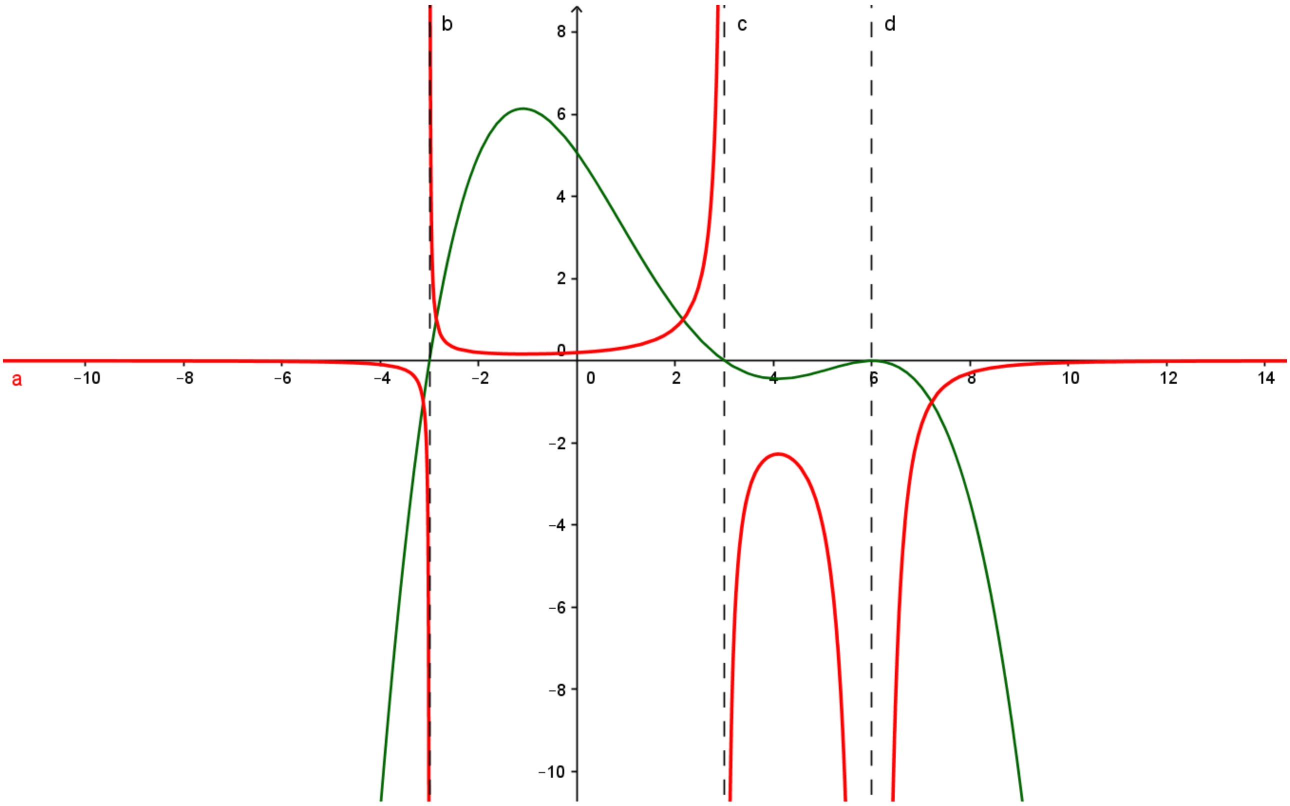


Se scegliamo valori di x prossimi a -3, ma provenienti da destra (vedi freccia azzurra), si constata che le immagini corrispondenti sono numeri positivi (f(x)>0), tant'è che la curva si sviluppo sopra l'asse x. Dunque la f(x) tende a zero quando x tende a -3 e lo fa provenendo da valori positivi. La reciproca, di contro, assumerà valori sempre più grandi, quanto più la x si avvicina a -3. Quindi la curva che rappresenta la funzione reciproca si svilupperà verso l'alto tendendo a più infinito.

Particolare interessa desta lo zero della funzione nel punto (6, 0). Infatti intorno a tale punto (sia a sinistra che a destra) la funzione assume valori negativi e quindi la curva si sviluppa al di sotto dell'asse x. Ciò comporta la tendenza della funzione reciproca a meno infinito sia a sinistra che a destra del valore di ascissa 6.

Un altro dato indicativo nell'analizzare il grafico di una funzione reciproca è fornito dall'andamento crescente o decrescente della funzione di partenza. Infatti, per il principi di reciprocità, un valore numerico crescente vede decrescere il suo reciproco: la successione di termine generale $\frac{1}{n}$, con n numero naturale genera numeri sempre più piccoli al crescere di n. Il segno delle due funzioni è lo stesso. Infine, se la funzione f(x) tende a meno infinito agli estremi, la reciproca tenderà a zero, ma dalla parte negativa.

Ecco come appare la reciproca della funzione a partire dal suo andamento grafico.



Sia G il grafico della funzione f(x), rappresenta il grafico della sua reciproca.