

---

# Percorsi logici



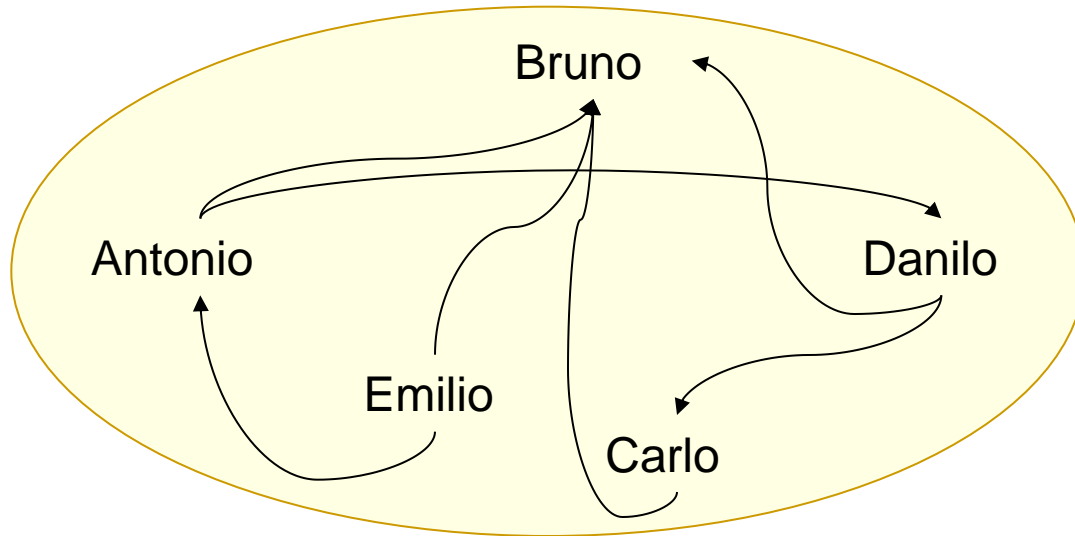
---

## Secondo incontro: le relazioni

A cura di Luigi Boscaino

# Problema 1

Antonio è più alto di Bruno ma è più basso di Emilio. Danilo è più alto di Carlo ma più basso di Antonio. Bruno è il più piccolo di tutti. Qual è l'ordine di altezza dal più grande al più piccolo?



La freccia indica la relazione "è più alto di"

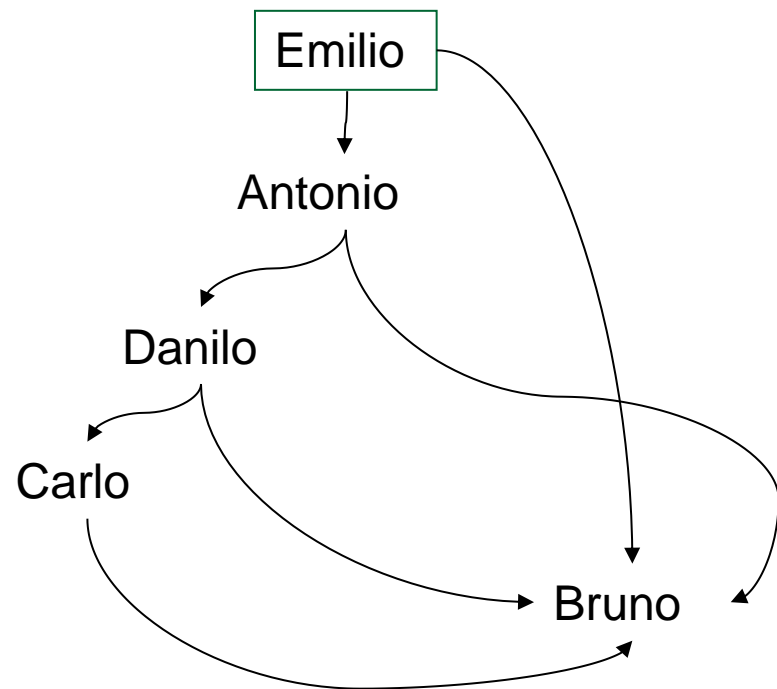
# Problema 1

Antonio è più alto di Bruno ma è più basso di Emilio. Danilo è più alto di Carlo ma più basso di Antonio. Bruno è il più piccolo di tutti. Qual è l'ordine di altezza dal più grande al più piccolo?

Emilio è il più alto dato che su di lui non converge nessuna freccia

Segue Antonio che è più alto di Danilo di Carlo e di Bruno

E così via .... Fino a Bruno



# Prodotto cartesiano ( $A \times B$ )

Siano  $A = \{a, b\}$  e  $B = \{1, 2\}$  due insiemi:

Si chiama prodotto cartesiano tra  $A$  e  $B$  e si indica con  $A \times B$  **l'insieme delle coppie ordinate** degli elementi di  $A$  e di  $B$

$$A \times B = \{(a,1), (a,2), (b,1), (b,2)\}$$

Mentre

$$B \times A = \{(1,a), (2,a), (1,b), (2,b)\}$$

**Il prodotto cartesiano non è commutativo:**

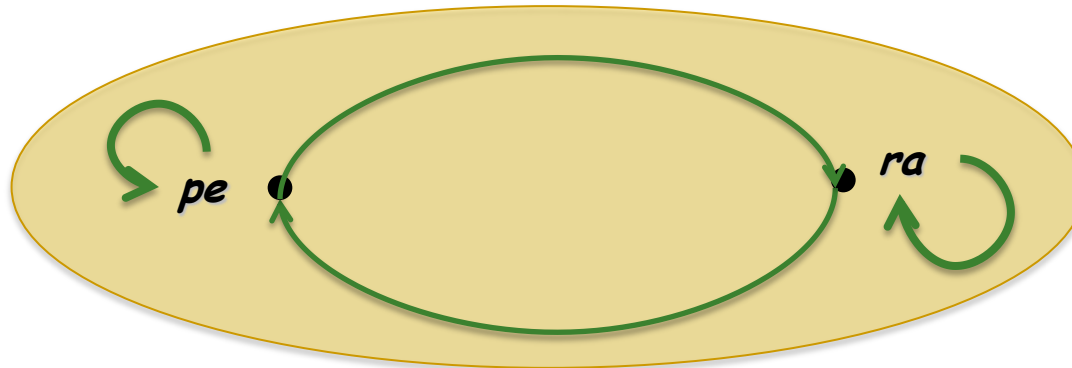
$$A \times B \neq B \times A$$

# Prodotto cartesiano ( $F \times F$ )

Utilizzando le sillabe pe - ra come elementi di  $F$ , costruiamo nella tabella l'insieme di tutte le coppie

$F \times F$	pe	ra
pe	pepe	pera
ra	rape	rara

La stessa situazione può essere rappresentata con un grafico a frecce (GRAFO):

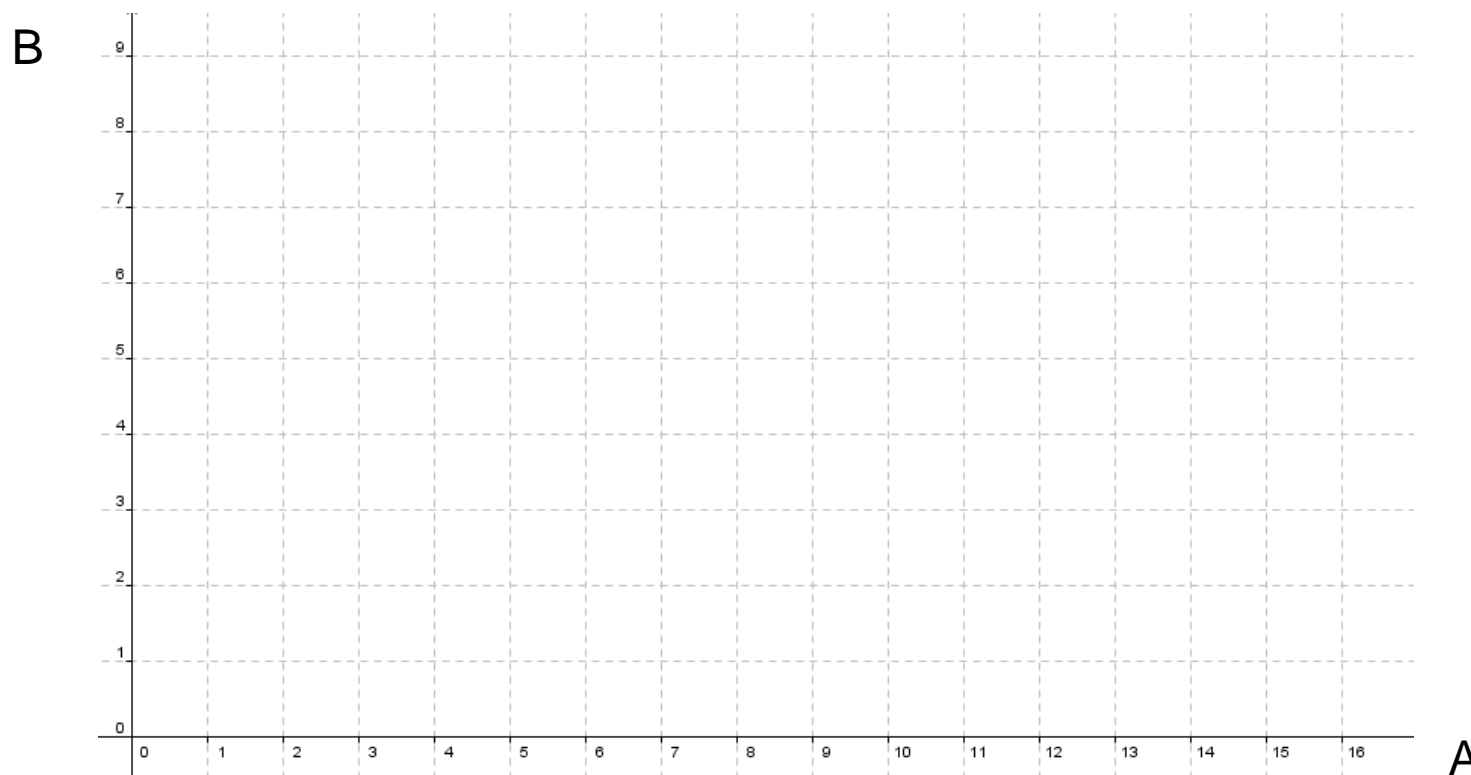


# Esercizio

Dati gli insiemi:

$$A = \{1, 2, 3\}; \quad B = \{4, 5, 6\}$$

Rappresenta sul grafico il prodotto cartesiano  $A \times B$

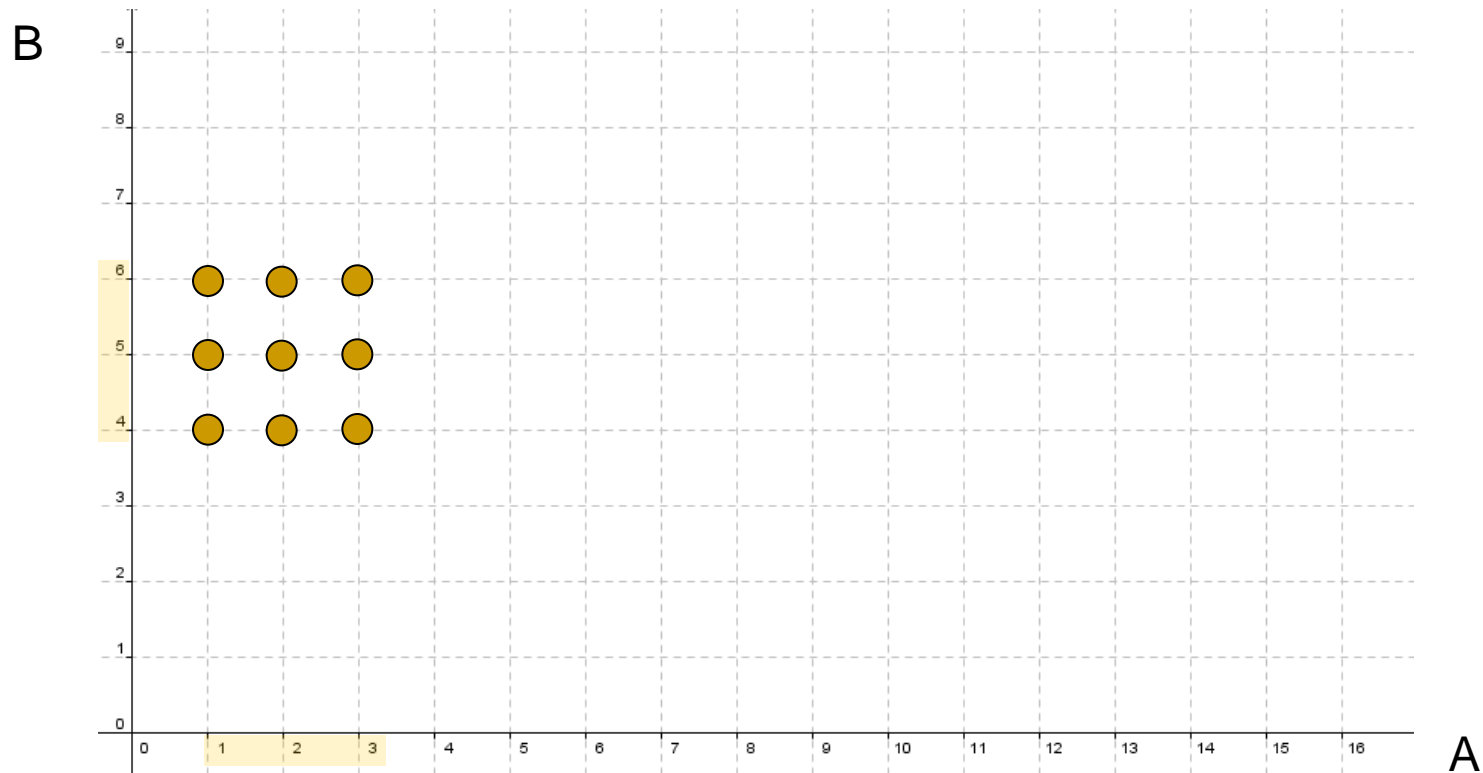


# Esercizio

Dati gli insiemi:

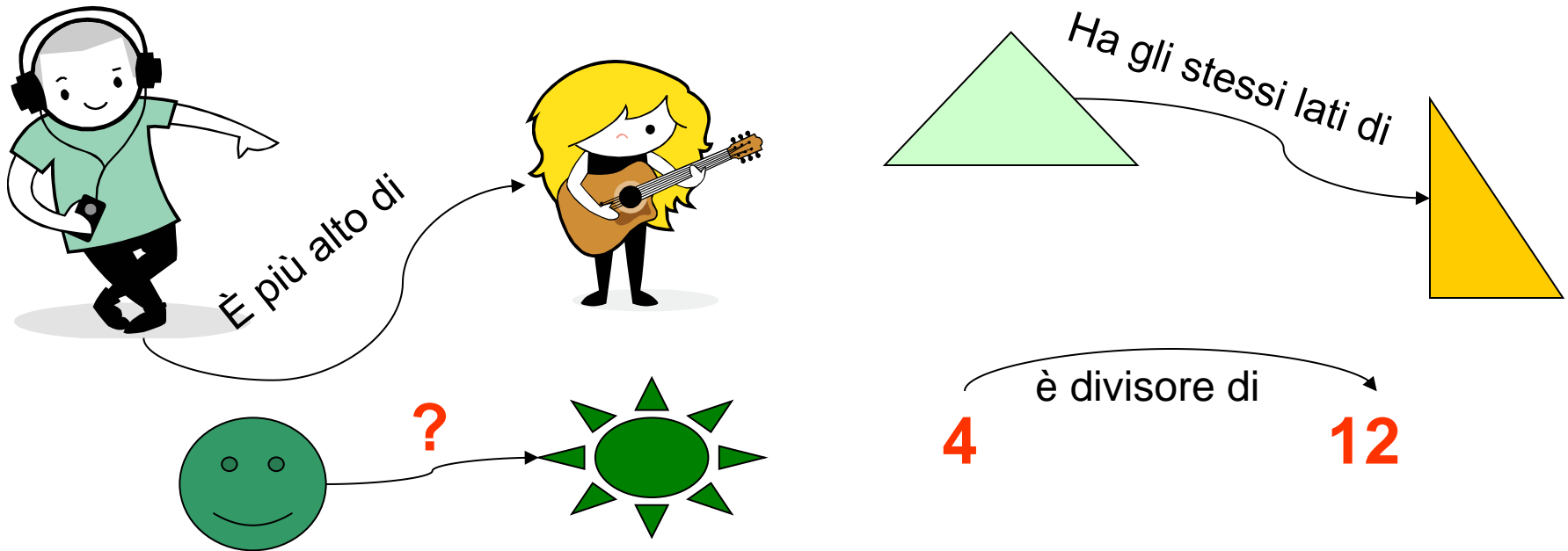
$$A = \{1, 2, 3\}; \quad B = \{4, 5, 6\}$$

Rappresenta sul grafico il prodotto cartesiano  $A \times B$



# Relazione binaria

Il sottoinsieme del prodotto cartesiano formato dalle sole coppie che verificano una data condizione **si dice relazione**





# Una relazione è fatta di ...

1- un insieme  $A$

2- un insieme  $B$

3- un'espressione  $P(x, y)$  tale che è vera o falsa per ogni coppia ordinata del prodotto cartesiano  $A \times B$ .

Oppure :

1- un insieme  $A$

2- un'espressione  $P(x, y)$  tale che è vera o falsa per ogni coppia ordinata del prodotto cartesiano  $A \times A$ .

La relazione è un sottoinsieme del prodotto cartesiano  $A \times B$  o  $A \times A$ , poiché al loro interno si vanno a cercare le coppie che rispondono a tali relazioni.

1° esempio:

$A = \{1, 2, 3, 4\}$  e  $B = \{a, b\}$

$R = \langle\langle \text{il primo elemento della coppia è un numero pari} \rangle\rangle$

$R = \{(2,a) (2,b) (4,a) (4,b)\}$ .

Su otto possibili coppie del prodotto cartesiano quattro rispondono alla relazione.

2° esempio:

$A = \{1, 2, 3, 4\}$

$R = \langle\langle x = y \rangle\rangle$

$R = \{(1,1) (2,2) (3,3) (4,4)\}$ .

Su sedici possibili coppie del prodotto cartesiano quattro rispondono alla relazione.

# Rappresentazioni delle relazioni

Consideriamo i due insiemi:

$A = \{\text{Parigi, Madrid, Roma, Bruxelles, Vienna}\} = \{P, M, R, B, V\}$

$B = \{\text{Italia, Austria, Francia, Spagna, Belgio}\} = \{I, A, F, S, B\}$

Determinare le coppie che soddisfano la relazione

$R \ll \dots \text{ è la capitale di} \dots \gg$   
→

Si può rappresentare graficamente  $A \times B$  e quindi il sottoinsieme  $R$  delle coppie che soddisfano la relazione in vari modi:

Diagramma sagittale

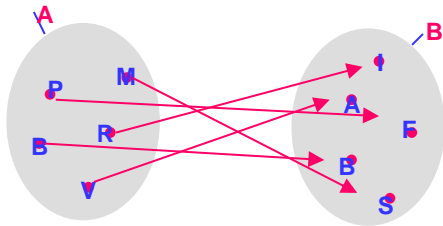
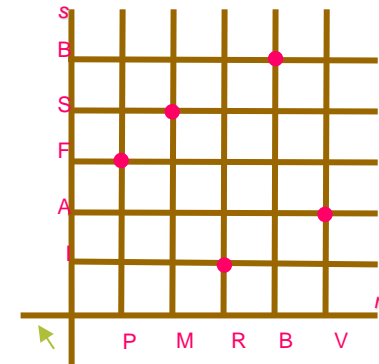


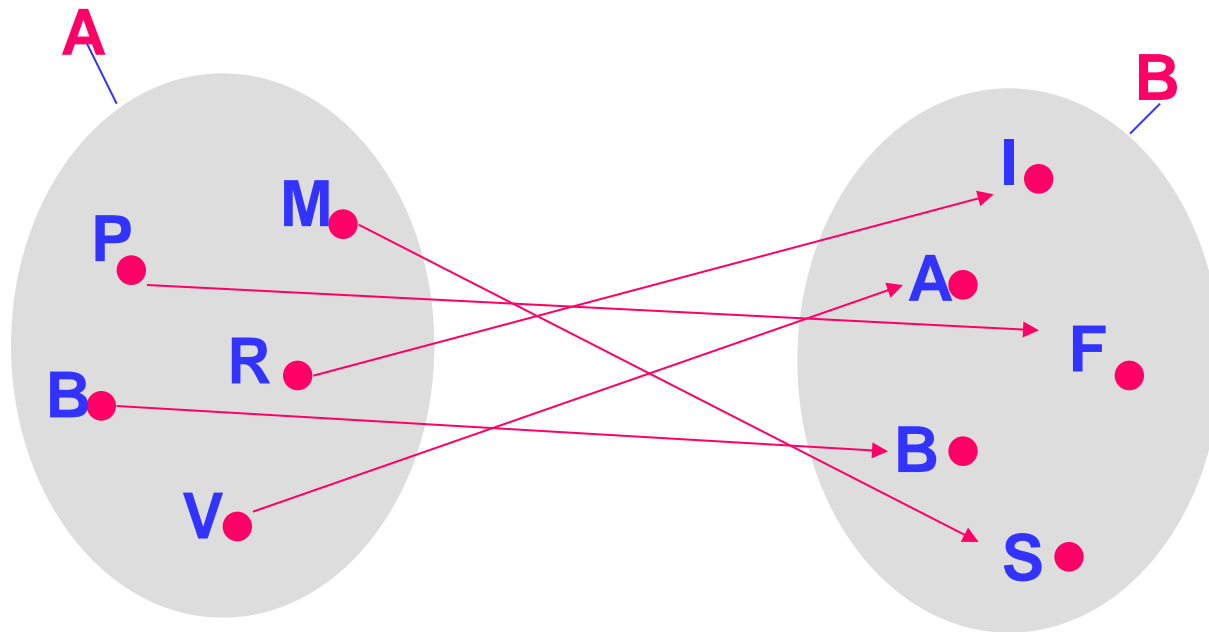
Tabella a doppia entrata

A \ B	I	A	F	S	B
P	0	0	1	0	0
M	0	0	0	1	0
R	1	0	0	0	0
B	0	0	0	0	1
V	0	1	0	0	0

Rappresentazione cartesiana



# Diagramma sagittale



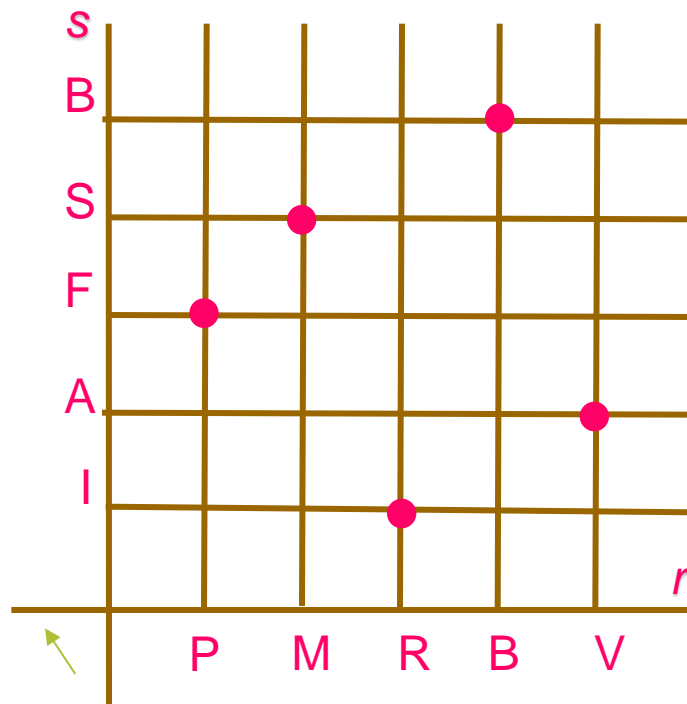
Si uniscono con archi o segmenti orientati gli elementi delle coppie che soddisfano la relazione.

# Tabella a doppia entrata

<del>A</del> <del>B</del>	<b>I</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>S</b>	<b>B</b>
<b>P</b>	0	0	1	0	0
<b>M</b>	0	0	0	1	0
<b>R</b>	1	0	0	0	0
<b>B</b>	0	0	0	0	1
<b>V</b>	0	1	0	0	0

Si evidenziano con un simbolo le caselle corrispondenti ad un elemento di R. Si usa mettere l'insieme di partenza in verticale e quello di arrivo in orizzontale.

# Rappresentazione cartesiana



Si reticola il piano secondo due direzioni perpendicolari (rette  $r$  e  $s$ ) e si evidenziano i punti di incrocio che rappresentano coppie appartenenti a  $R$ . (Non è un riferimento cartesiano perché  $r$  e  $s$  non sono orientate e su di esse non è stata fissata un'unità di misura).

---

# Provate adesso con il problema...

Antonio è più alto di Bruno ma è più basso di Emilio. Danilo è più alto di Carlo ma più basso di Antonio. Bruno è il più piccolo di tutti. Qual è l'ordine di altezza dal più grande al più piccolo?

Considerate due volte lo stesso insieme  $A \times A$   
e la relazione “è più alto di ..”

**Sono gradite tutte le possibili  
rappresentazioni**

# Esercizio: completa tu....

Sta davanti →	Marco	Luigi	Piero	Mario	Matteo
Marco	0	0	1	0	1
Luigi	1	0	1	1	1
Piero	0	0	0	0	1
Mario	1	0	1	0	1
Matteo	0	0	0	0	0

1°	
2°	
3°	
4°	
5°	

In una competizione, ogni volta che un ragazzo sta davanti ad un altro, si scrive 1 nella casella che li vede a confronto; altrimenti si scrive 0. Usa le indicazioni della tabella per stilare la graduatoria di arrivo.

# Esercizio: completa tu....

Sta davanti →	Marco	Luigi	Piero	Mario	Matteo
Marco	0	0	1	0	1
Luigi	1	0	1	1	1
Piero	0	0	0	0	1
Mario	1	0	1	0	1
Matteo	0	0	0	0	0

1°	Luigi
2°	Mario
3°	Marco
4°	Piero
5°	Matteo

In una competizione, ogni volta che un ragazzo sta davanti ad un altro, si scrive 1 nella casella che li vede a confronto; altrimenti si scrive 0. Usa le indicazioni della tabella per stilare la graduatoria di arrivo.



---

# Fine attività

Grazie per  
l'attenzione!

