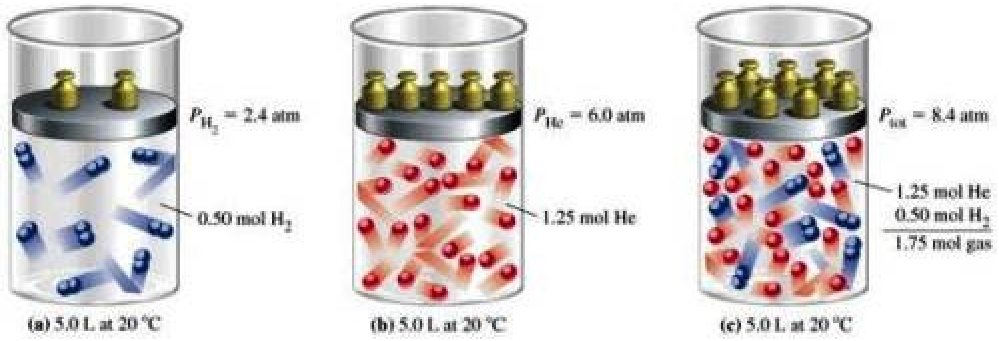


TEORIA CINETICA DEI GAS - II

TRATTO DA:

I Problemi Della Fisica - Cutnell, Johnson, Young, Stadler – Zanichelli editore

La Fisica di Amaldi – Zanichelli editore

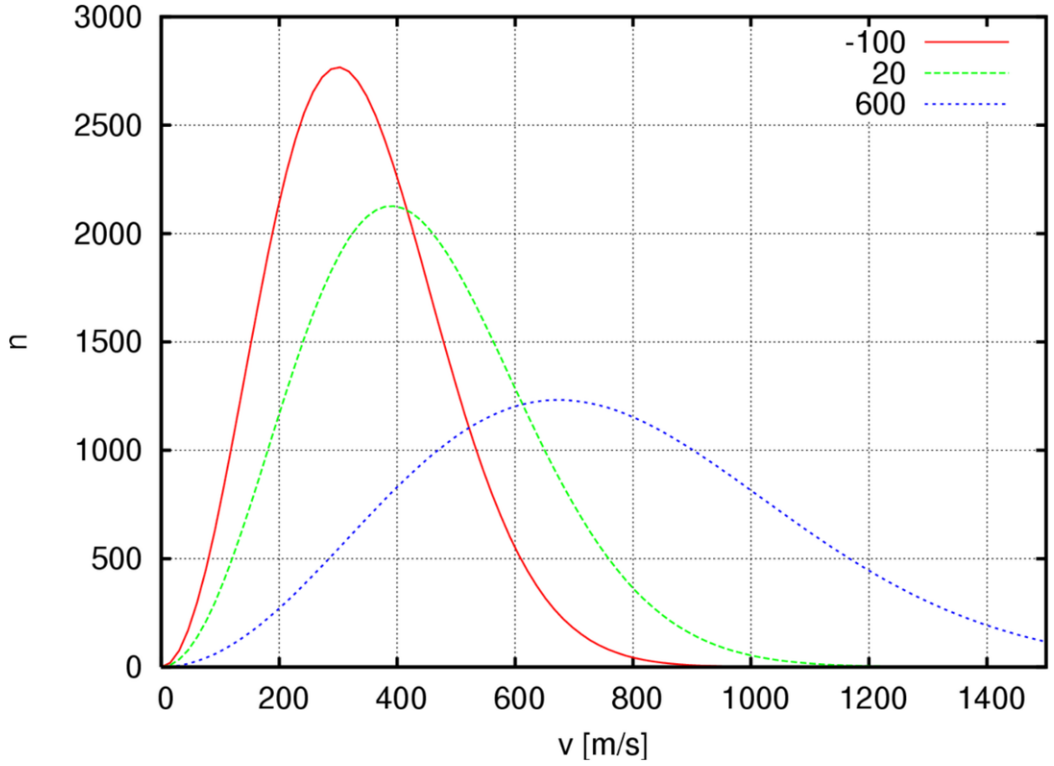
Integrazioni e LO a cura del docente

TEORIA CINETICA DEI GAS

- **Indaga** sul moto caotico e continuo delle molecole dei gas.
- Lo **scopo** della teoria cinetica è di stabilire una relazione tra grandezze fisiche macroscopiche e comportamento delle molecole del gas

DISTRIBUZIONE DELLE VELOCITA' MOLECOLARI

Distribuzione di un gas a bassa densità molecolare determinata da James Maxwell



Temperature in gradi centigradi

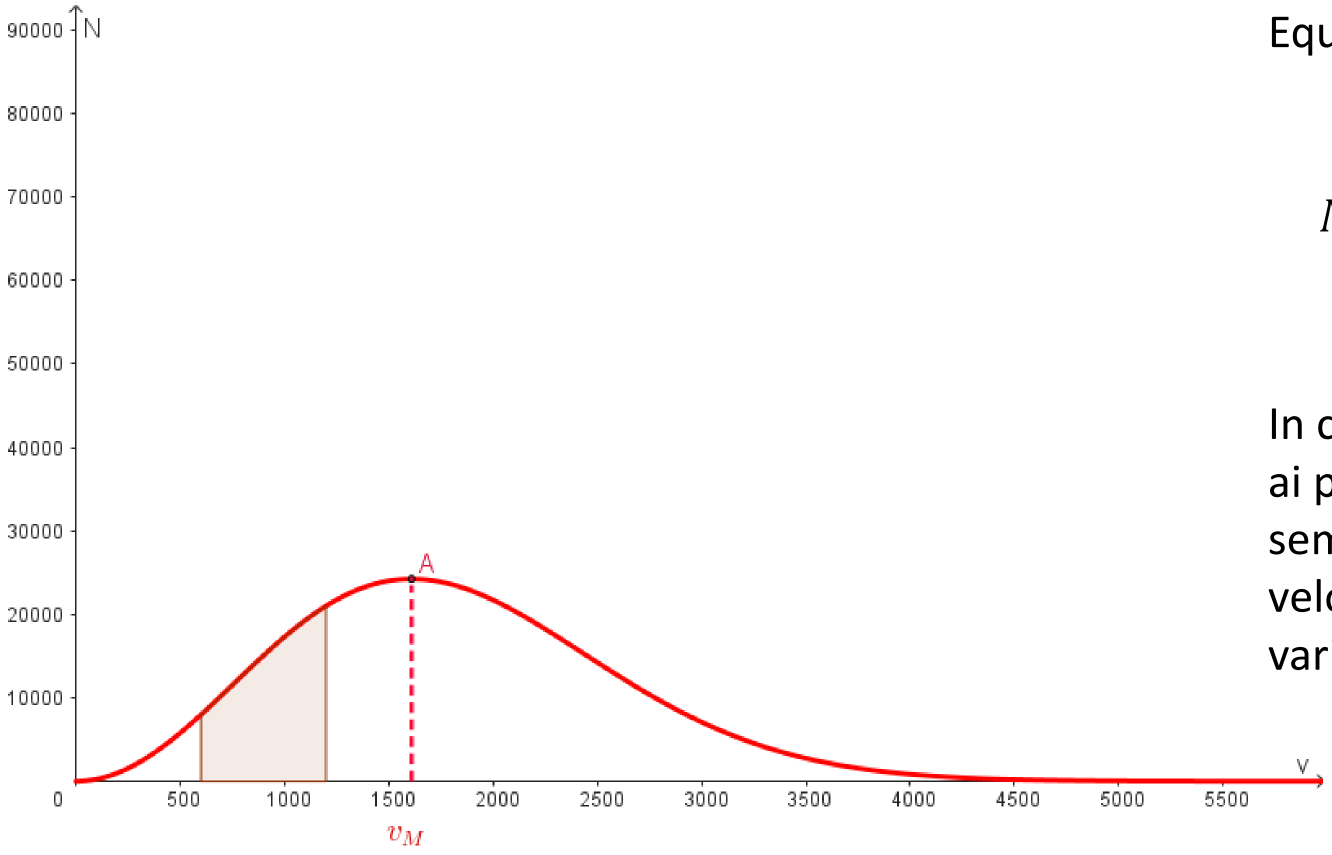
I punti di massimo delle curve rappresentano le velocità raggiunte dal più alto numero di molecole.

In matematica

La curva si sviluppa in $\mathbb{R}^+$ come prodotto tra un'algebrica (ramo di parabola non traslata) e un'esponenziale, con esponente negativo, del tipo

$$y = ax^2 \cdot e^{-bx^2}$$

Curva di Maxwell



Equazione della curva di Maxwell

$$N(v) = \frac{4N_0}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{m}{2k_BT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2k_BT}}$$

In cui, i coefficienti in rosso corrispondono ai parametri a e b della precedente semplificazione matematica, mentre la velocità *probabile* di ogni molecola è la variabile indipendente x.

QUANTITÀ DI MOTO

Il prodotto tra la massa e la velocità di un corpo si definisce quantità di moto.

La **quantità di moto** ($\vec{p}$) di un corpo di massa m che si muove con velocità $\vec{v}$ è definita dalla seguente relazione:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

IMPULSO

L'impulso è inteso come il prodotto di una forza per l'intervallo di tempo in cui essa agisce.

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Il teorema dell'impulso afferma che l'impulso $\vec{I}$ trasmesso a un corpo in movimento equivale alla differenza tra le quantità di moto finale e iniziale.

$$\vec{I} = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i$$

IMPULSO E FORZA

$$\vec{I} = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i$$

Dato che l'Impulso è il prodotto tra forza e tempo:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i$$

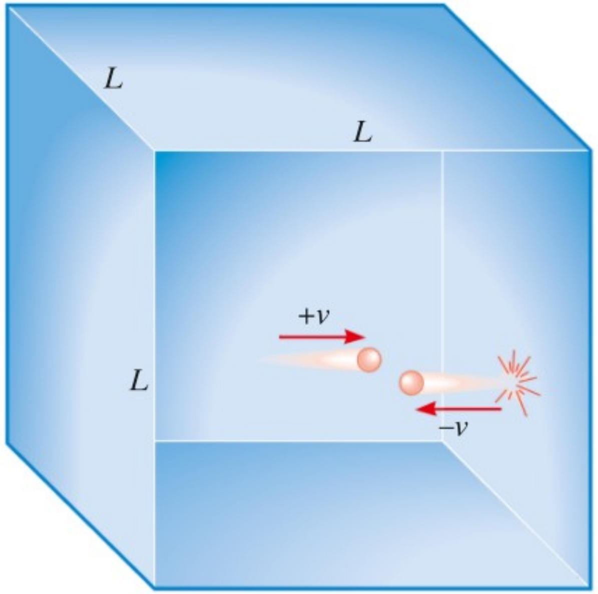
Da cui, dividendo per l'intervallo di tempo:

$$\vec{F} = \frac{m\vec{v}_f}{\Delta t} - \frac{m\vec{v}_i}{\Delta t}$$

LA FORZA ESERCITATA DALLA PARETE SULLA MOLECOLA

Consideriamo un atomo o una molecola di gas (ad esempio O_2)

si immagini la particella inserita in un contenitore a forma di cubo la cui dimensione è *L*



La forza esercitata dalla parete sulla molecola, in funzione della quantità di moto è

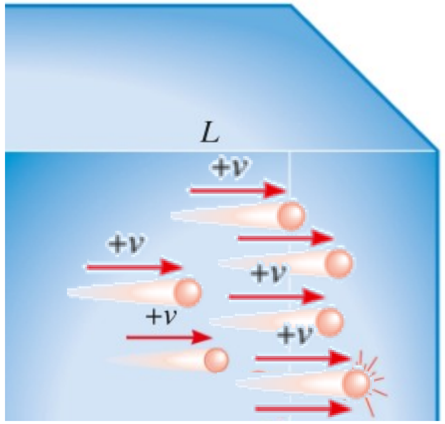
$$\vec{F} = \frac{-m\vec{v}}{\Delta t} - \frac{m\vec{v}}{\Delta t}$$

Ora il tempo Δt è in funzione di *L* e della velocità v

$$\Delta t = \frac{2L}{v} \Rightarrow \vec{F} = -\frac{mv^2}{L}$$

LA FORZA ESERCITATA DALLA MOLECOLA SULLA PARETE

La forza media esercitata da una molecola sulla parete è data dalla relazione



$$\vec{F} = \frac{m\vec{v}}{\Delta t} - \frac{(-m\vec{v})}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} = \frac{2m\vec{v}}{\Delta t}$$

Ma quante sono le particelle che urtano contemporaneamente sulla parete del contenitore?

INTENSITÀ DELLA FORZA TOTALE SULLA PARETE

Supponiamo che il gas contenga N molecole.

L'intensità F della forza totale esercitata sulla parete di destra è data dal prodotto tra il numero medio di molecole che urtano contro la parete nell'intervallo di tempo t $\left(\frac{N}{3}\right)$, e la forza media esercitata da ciascuna molecola $\left(F = \frac{mv^2}{L}\right)$.

$$F = \frac{N}{3}\left(\frac{m\overline{v}^2}{L}\right)$$

VELOCITÀ QUADRATICA MEDIA

La forza media esercitata su una parete da $\frac{N}{3}$ particelle corrisponde a una delle tre componenti spaziali della velocità

$$F_x = \frac{N}{3} \cdot \frac{m\overline{v_x^2}}{L}$$

Dove il valore medio del quadrato delle velocità:

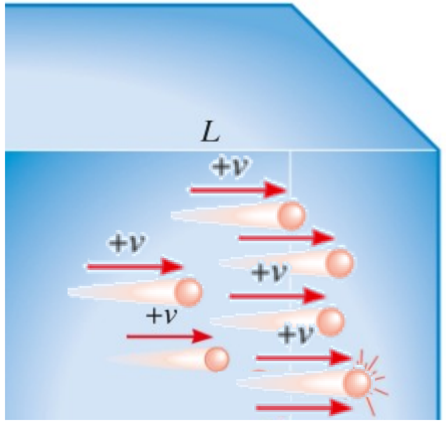
$$\overline{v_x^2} = \frac{1}{\frac{N}{3}} \sum_{i=1}^{\frac{N}{3}} v_{x_i}^2$$

Sostituiamo la velocità con quella quadratica media $v_{qm}^2 = \sqrt{\overline{v_x^2}}$

$$F = \left(\frac{N}{3}\right)\left(\frac{m v_{\mathrm{qm}}^2}{L}\right)$$

RICAVIAMO LA PRESSIONE

Pressione esercitata dal gas sulla parete:



$$\frac{F}{L^2} = \frac{N}{3} \cdot \frac{mv_{qm}^2}{L^3} \Rightarrow p = \frac{N}{3} \cdot \frac{mv_{qm}^2}{V}$$

RELAZIONE CAUSA-EFFETTO

Il prodotto tra pressione e volume è dato, a livello microscopico, dall'energia cinetica espressa dalle N particelle che compongono il gas sulle pareti del contenitore cubico

$$p \cdot V = \frac{2N}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} m v_{qm}^2\right)$$

L'equazione di stato di un gas perfetto lega il prodotto tra pressione e volume alla Temperatura e al numero di particelle che compongono il gas: $p \cdot V = N k_B T$

TEMPERATURA ED ENERGIA CINETICA DEL GAS

Dalle due relazioni

$$p \cdot V = \frac{2N}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} m v_{qm}^2\right) \qquad\qquad p \cdot V = N k_B T$$

Si deduce che la Temperatura assoluta di un gas è direttamente proporzionale all'energia cinetica media espressa dalle sue particelle.

$$k_B T = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} m v_{qm}^2\right)$$

VELOCITÀ QUADRATICA MEDIA IN FUNZIONE DELLA TEMPERATURA

Dalla relazione precedente ricaviamo la velocità quadratica media delle particelle in funzione della temperatura

$$\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} m v_{qm}^2\right) = k_B T$$

$$m v_{qm}^2 = 3 k_B T$$

$$v_{qm}^2 = \frac{3 k_B T}{m}$$

$$v_{qm=} \sqrt{\frac{3 k_B T}{m}}$$

L’ENERGIA INTERNA DI UN GAS PERFETTO MONOATOMICO

L’energia interna di un sistema fisico è la somma dei vari tipi di energia posseduta dagli atomi del sistema.

Un gas perfetto monoatomico è composto da atomi singoli. Si può assumere che questi atomi siano così piccoli che la loro massa sia concentrata in un punto. Di conseguenza il momento di inerzia *I* rispetto al centro di massa risulta trascurabile e così le altre forme di energia dato che tra gli atomi non esistono legami chimici. Pertanto fanno eccezione soltanto gli urti elastici. Ne consegue che l’energia interna U è data da

$$U = N\left(\frac{1}{2}mv_{\text{qm}}^2\right)$$

L'ENERGIA INTERNA DI UN GAS PERFETTO MONOATOMICO

La relazione

$$\frac{3}{2} \cdot k_B T = \left(\frac{1}{2} m v_{qm}^2\right)$$

Consente di riscrivere la relazione dell'energia interna $U = N\left(\frac{1}{2} m v_{\mathrm{qm}}^2\right)$, nella forma:

$$U = \frac{3}{2} N k_B T$$

O, in altra forma:

$$U = \frac{3}{2} nRT$$