Limiti di funzione

1. funzione convergente

Tipologia: attività di laboratorio
Autore: Luigi Boscaino
Data: 27/09/2017
Destinatari: Classe V E

Data la funzione $y = f(x)$, definita in un intervallo illimitato a destra (intorno di $+\infty$), indicato con $(c, +\infty)$. Si dice che al crescere del valore di $x \in (c, +\infty)$, la funzione converge al valore finito l e si scrive:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = l$$

se, e soltanto se:

$$\forall\ \varepsilon > 0, \exists\ I(+\infty): \forall x \in I(+\infty)\ si\ ha\ |f(x) - l| < \varepsilon$$

Cerchiamo, con il contributo di un Learning Object creato con Geogebra, di spiegare il senso di questa rappresentazione:

scegliendo un numero arbitrario positivo ε (piccolo quanto si vuole), è sempre possibile ricavare un intorno di $+\infty$*, dato da* $(c, +\infty)$*, tale che tutte le x che cadono in quest'intorno hanno immagini con valore prossimi ad l. Naturalmente la scelta dell'intorno è condizionata dal valore di ε.*
In effetti, individuato un interlocutore scettico, si ingaggia una sorta di gara in cui si invita l'antagonista a scegliere un valore arbitrario indicato con ε (positivo e piccolo a sua discrezione), tale scelta induce lo sfidante ad individuare l'estremo c dell'intorno $(c, +\infty)$*, in modo tale da garantire che tutti i valori reali* $x \epsilon (c, +\infty)$ *forniscano delle immagini f(x), tanto vicine al valore l che la differenza |f(x)-l| risulti minore del valore ε prescelto.*

Questo comportamento convergente delle curve negli intorni di $\pm\infty$, si definisce asintotico. Ovvero, la funzione, quando x tende a $\pm\infty$, converge (asintoticamente) al valore l; pertanto $y = l$, si dirà **asintoto orizzontale** per la funzione. Qualora *f(x)* tendesse ad l solo a sinistra (intorno di meno infinito) a solo a destra (intorno di più infinito), avremmo rispettivamente un **asintoto orizzontale sinistro** o un **asintoto orizzontale destro**.

Nell'oggetto interattivo creato con il programma Geogebra (attivabile cliccando sul logo di Geogebra), si può muovere il cursore su uno slider che fa variare il valore di ε, ciò permette di apprezzare la variazione dell'estremo inferiore dell'intorno di $+\infty$, nonché delle rispettive immagini.