Introduzione

Nel corso dei secoli l'uomo si è posto continue domande a cui non sempre ha saputo dare delle risposte; ha scavato dentro di sé e così, ognuno a proprio modo, ha tentato di fornirne una soluzione. Uno degli interrogativi più grandi, ed a mio parere ancora irrisolto, è: "Che cos'è la matematica? A cosa serve?".

Comte, filosofo francese considerato il fondatore della corrente ottocentesca del positivismo, non annovera la matematica nell'enciclopedia delle scienze, perché è ritenuta la *scienza per eccellenza* che è alla base di tutte le altre scienze. Poi su una comune e nota enciclopedia si legge che *la matematica è la disciplina che studia le quantità (i numeri), lo spazio, le strutture e i calcoli. La parola matematica deriva dal greco* μάθημα *(máthema), traducibile con i termini "scienza", "conoscenza" o "apprendimento";* μαθηματικός *(mathematikós) significa "incline ad apprendere". (wikipedia.it)*

Ma la *matematica* è solo una scienza? Essa non è una *scienza*, ma la *scienza della vita* perché o si voglia o meno è una *sottile membrana* che delimita l'essenza di ognuno di noi che molti chiamano anima: è parte della nostra anima. Pertanto, non è possibile discernere la vita intesa non in senso strettamente biologico, ma la vita nella connotazione di vivere, vivere in un mondo in cui si è continuamente messi alla prova, sottoposti a sfide che solo ragionando si è in grado non di deviare, ma di cavalcare egregiamente e soprattutto in modo intelligente per non essere fagocitati da uno dei mali peggiori: l'ignoranza.

Proprio per la Sua importanza, unicità ed appartenenza univoca ad ognuno di noi, comunità di persone fortunatamente diverse, trovare una definizione universale non è facile, poiché si tenta in modo personale di cercare una propria risposta a questo meraviglioso enigma.

Così, ho posto ad alcune persone di età ed occupazione diversa la domanda: "Che cos'è la matematica, a cosa serve?".

Riporto di seguito le risposte che ho ricevuto.

Tutto ciò che avviene intorno a noi, nella natura,

è regolato da leggi fisiche ed è per questo che la

***matematica** è la **madre** di tutte le discipline.*

Giallonardo Mariella, docente di matematica.

La storia è scritta dai vinti,

La matematica dalla **verità**: 2+2 non farà mai 5!

Impronta Giacomo, studente liceale

La **matematica** è una **forma mentis**, l'**input** che ti costringe a **ragionare** e trovare la soluzione più idonea di fronte ad un problema.

Rosanova Consiglia, docente di lingue e letterature straniere

La **matematica** è una **ricerca continua**,

un continuo metterci alla prova, una sfida con noi stessi.

Come tale penso che contribuisca al nostro processo di crescita fisico e mentale.

Penso anche che la vera essenza della matematica sia davvero irraggiungibile!

È una cosa davvero troppo grande per l'uomo!

La paragono quasi all'**infinita dei mondi**!! Ammesso che ce ne siano altri.

Erica Cutillo, studentessa liceale

La **matematica** è la **base** di tutto,

è il **punto di inizio** della scienza, potenzialmente è **tutto**.

Con gli strumenti matematici si può risolvere ogni problema.

Il punto è trovare il metodo adatto,

e un bravo matematico cerca metodi, inventa strumenti.

Tutto questo con un **rigore** assoluto, con **formalismo**, **esattezza**, **precisione**.

La matematica è semplicemente la **perfezione**, e il lavoro del matematico è: ambire alla perfezione nella risoluzione di ogni problema.

Mastrocinque Angela, neolaureata in matematica

La matematica è una cosa buona: serve a fare la spesa, ma anche a vendere.

Quando sai "fare" la matematica puoi tutto perché il cervello funziona!

Pastore Maria, mia nonna, 79 anni

……

……

……..

……..

Boscaino Luigi, docente di matematica

C'è chi ha definito la matematica una madre, chi una forma mentis, un input, chi una ricerca, chi osando la verità, chi il punto di inizio, ma da ogni risposta è emersa la consapevolezza che questa *scienza* è presente inevitabilmente nella vita quotidiana dell'uomo.

E questo deve essere lo spirito alla base del progetto che sono in procinto di presentare: come si può costruire una scatola di volume massimo rispettando alcune condizioni? Per tentativi? No, fortunatamente ci è stato donato un grande *Strumento* che utilizzeremo sempre ed in ogni sua sfaccettatura per non cadere nella trappola dell'incertezza e raggiungere così la soluzione adatta.

Di conseguenza, si voglia con questo elaborato dimostrare che la matematica serve anche e soprattutto a risolvere piccoli problemi quotidiani.

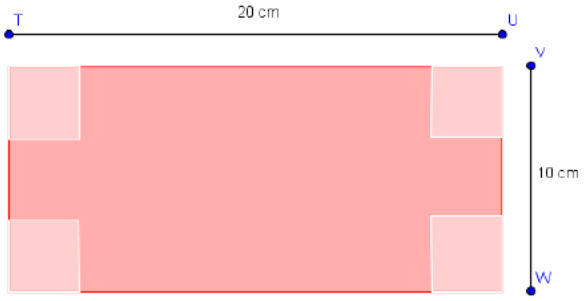
Vorrei inoltre scusarmi in anticipo per qualche ripetizione che potrà esserci, ma tutto è stato concepito con lo scopo di risultare il più comprensibile possibile. Non mi resta altro che augurarvi una buona lettura! Grazie

Cordiali saluti,

Foglianise, 5/05/2015

Marianna Angiolelli VA

Consegna



1. Tagliando opportunamente le quattro superfici quadrate realizza e consegna la scatola di volume massimo (relaziona sulla procedura seguita).

2. Verifica l'esistenza del punto stazionario attraverso le ipotesi del teorema di Rolle.

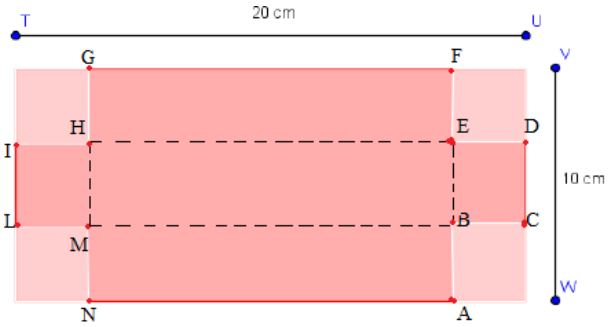
3. Con l'ausilio di Geogebra rappresenta e descrivi l'andamento dei volumi al variare delle dimensioni dei quattro quadrati sottratti al cartone.

4. Calcola il volume della scatola che hai appena realizzato.

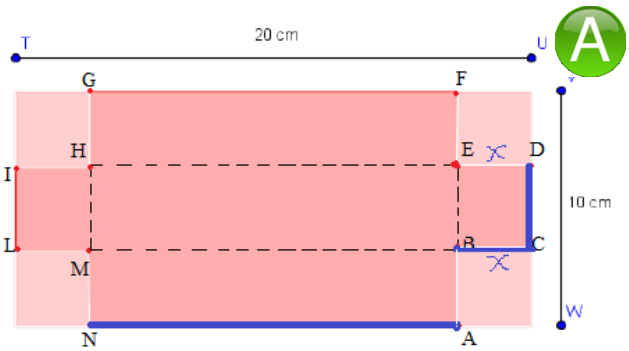
5. Dimostra, servendoti di Geogebra, che il nostro cartone non potrà contenere in nessun caso un volume di 200 cm^3.

6. Servendoti di Geogebra, approssima l'altezza della scatola per un volume pari a 100 cm^3.

Svolgimento punto 1



Relazionare sulle procedure seguite per realizzare la scatola di volume massimo.



Per raggiungere la soluzione corretta di questo esercizio ed indicare così il volume massimo della scatola, riporto l'**immagine A** in cui ho indicato con x il lato di uno dei quadrati da ritagliare, ho nominato i vertici della figura piana concava di 12 lati che si viene a creare in seguito all'eliminazione dei quattro quadrati e, infine, tramite delle linee tratteggiate ho individuato la traiettoria lungo la quale il cartoncino di partenza sarà piegato per costruire la scatola, in altre parole, le linee tratteggiate rappresentano gli spigoli della scatola e, quindi, del parallelepipedo.

Dopo questa promessa si può asserire che il volume della scatola è pari a:

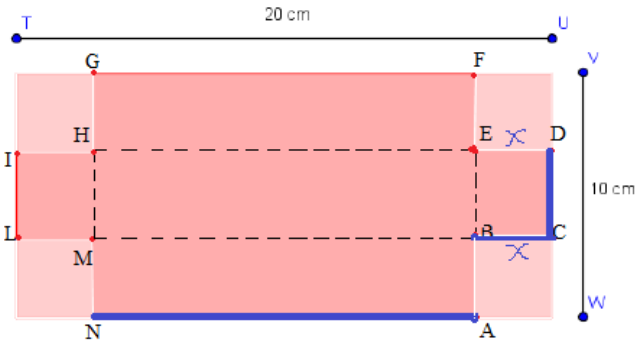
$$V = DC \cdot BC \cdot AN$$

Calcolo la misura dei segmenti necessari:

- **Segmento AN**

  Come si può osservare dalla figura a lato, AN è solo una parte di tutto il lato UT che misura 20*cm*, in quanto è ottenuto dalla sottrazione tra il lato UT e due volte il lato del quadratino.

  Quindi, $AN = 20 - 2x$.



- **Segmento DC**

  Così come per il segmento AN, DC è una parte di tutto il lato VW che misura 10*cm*, in quanto è ottenuto dalla sottrazione tra il lato VW e due volte il lato del quadratino:

  $DC = 10 - 2x$.

- **Segmento BC**

  È semplicemente il lato del quadratino piccolo: $BC = x$.

Prima di svolgere le operazioni necessarie, occorre considerare che la funzione da studiare non è in tutto $\Re$, ma nell'intervallo limitato aperto (0;5) in quanto:

- per valori negativi la x perde di significato essendo la misura di una lunghezza che per la propria natura geometrica è sempre positiva.
- Per $x = 0$ non si viene a creare nessun quadrato da ritagliare e pertanto non è possibile costruire alcuna scatola.
- Per $x = 5$ il segmento DC risulta essere pari a 0 $(DC = 10 - 2x \Rightarrow DC = 10 - 2 \cdot 5 \Rightarrow DC = 0)$ ed anche in questo caso non sarà possibile costruire la scatola.

Appunto per questo anche graficamente non sarà rappresentato tutto il grafico della funzione, ma solo la porzione che esiste nel $D_f = \{x \in R \mid 0 < x < 5\}$.

Dopo aver trovato le misure dei lati è possibile calcolare il volume:

$$V = DC \cdot BC \cdot AN \Rightarrow V = (10 - 2x)(20 - 2x)x$$

$$V = 2(5 - x)2(10 - x)x$$

$$V = 4x(5 - x)(10 - x)$$

$$V = 4x(50 - 5x - 10x + x^2)$$

$$V = 4x(x^2 - 15x + 50)$$

$$V = 4x^3 - 60x + 200x$$

Di conseguenza **la struttura polinomiale della funzione è:**

$$V(x) = 4x^3 - 60x^2 + 200x$$

Il problema chiede di determinare il volume massimo della scatola, occorre dunque individuare il punto di massimo della funzione calcolabile tramite lo studio del segno della derivata prima della funzione di partenza.

$$V'(x) = 3*4x^{3-1} - 2*60x^{2-1} + 1*200x^{1-1}$$

$$V'(x) = 12x^2 - 120x + 200$$

La derivata della funzione $f(x) = x^n$ è $f'(x) = nx^{(n-1)}$. Inoltre la derivata della somma algebrica di due o più funzioni derivabili è uguale alla somma algebrica delle derivate delle singole funzioni.

$$V'(x) \geq 0 \Rightarrow$$

$$12x^2 - 120x + 200 \geq 0$$

$$4(3x^2 - 30x + 50) \geq 0$$

$$3x^2 - 30x + 50 \geq 0$$

$$eq.ass: 3x^2 - 30x + 50 = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac = 15^2 - 3*50 = 225 - 150 = 75$$

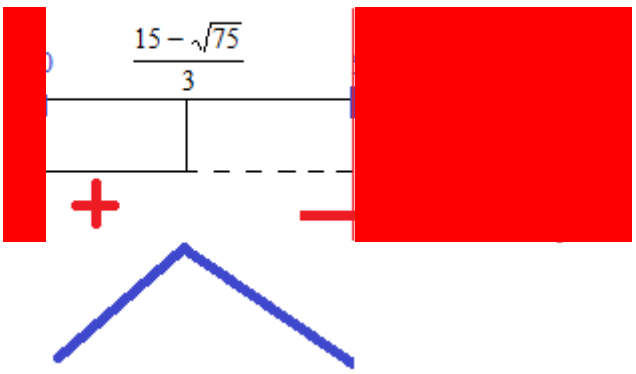
$$x_{1,2} = \frac{15 \pm \sqrt{75}}{3} \Rightarrow x_1 = \frac{15 - 5\sqrt{3}}{3} \approx 2{,}11$$

$$x_2 = \frac{15 + 5\sqrt{3}}{3} \approx 7{,}88$$

$$3x^2 - 30x + 50 \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{15 - 5\sqrt{3}}{3} \cup x \geq \frac{15 + 5\sqrt{3}}{3}$$

Dato che il coefficiente della x di massimo grado (3) è positivo ed il segno della disequazione è maggiore, essi sono concordi e pertanto le soluzioni della disequazione sono esterne.

Grafico dei segni



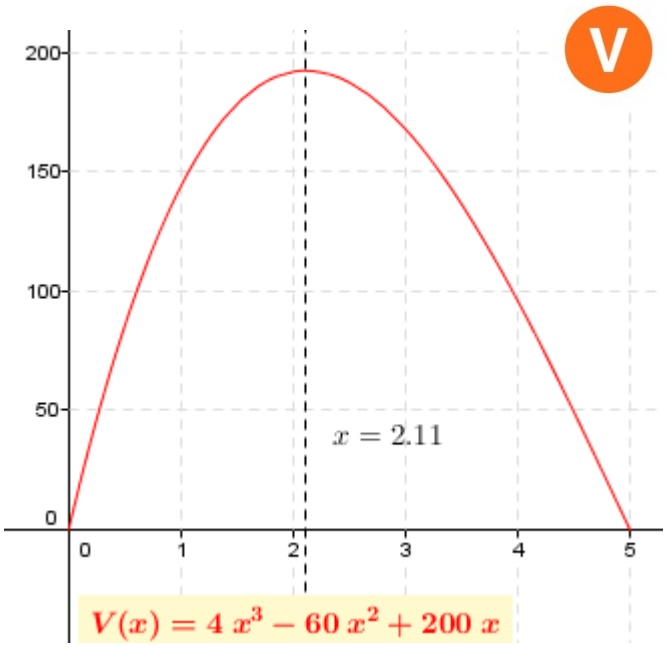
Verbalizzazione_ dato che la funzione è da studiare solo nell'intervallo (0;5) ho oscurato le aree da tralasciare. In tale intervallo la derivata prima è ascendente fino al valore $x = \frac{15 - 5\sqrt{3}}{3}$ in cui si annulla e poi diviene discendente. Di conseguenza $x = \frac{15 - 5\sqrt{3}}{3}$ essendo uno zero della derivata prima, è un punto stazionario per la funzione ed in questo caso è un punto di massimo. Ciò siginfica che la scatola di volume massimo ha il lato x del quadrato da ritagliare pari a $x = \frac{15 - 5\sqrt{3}}{3} \approx 2{,}11$

Soluzione

Dopo quanto trovato, si è giunti alla conclusione che **la scatola di volume massimo si ottiene tagliando agli angoli del cartoncino di partenza quatro quadrati aventi spigolo pari a 2,11*cm*.**

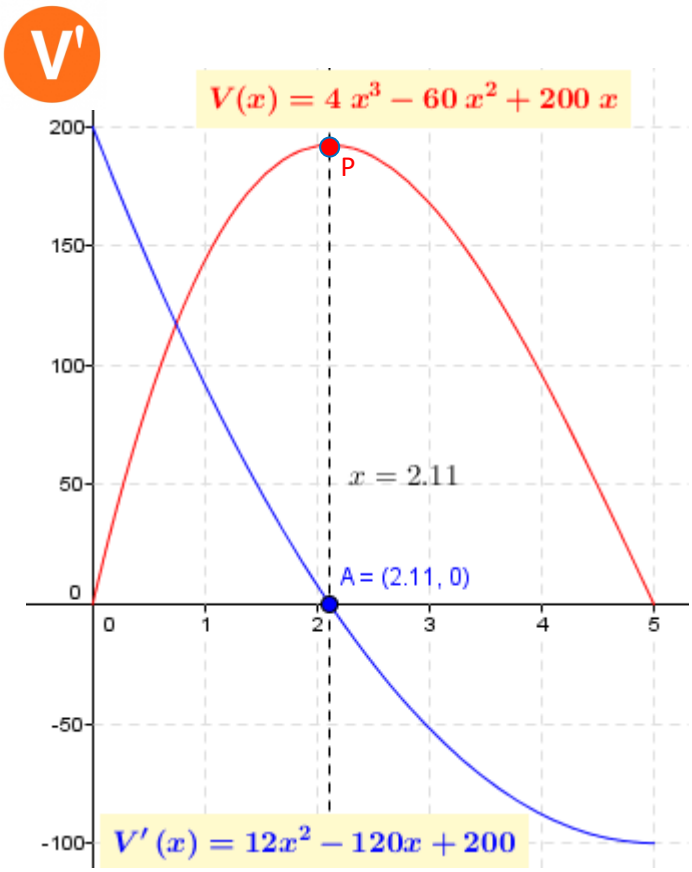
Analisi della funzione[1]

Rappresentazione grafica della funzione $V(x)$ e della sua derivata $V'(x)$



Descrizione_

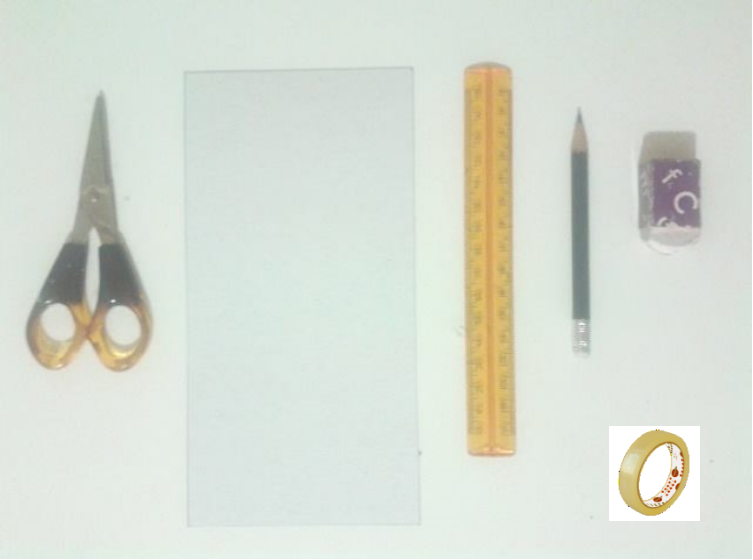
La funzione $V(x)$ è una funzione algebrica razionale intera di terzo grado continua in tutto $\Re$, pertanto, il grafico rappresentato nell'intervallo (0;5) è una parte di cubica che presenta un punto di massimo relativo la cui ascissa è pari a 2,11.



Nell'immagine a lato sono rappresentate due curve: la curva di colore rosso rappresenta la funzione di partenza $V(x)$, mentre, quella di colore blu è il grafico della derivata prima della relativa funzione. Si può notare che quando la curva rossa è ascendente, la curva blu è positiva sviluppandosi sopra l'asse x, mentre, quando la curva rossa è discendente, la derivata prima è negativa ed, infatti, si trova al di sotto dell'asse delle ascisse. Inoltre la curva rossa cambia andamento nel punto P di ascissa 2,11, che rappresenta il valore in cui la derivata prima si annulla. Da ciò ne consegue che P è un punto stazionario per la funzione ed in particolare un punto di massimo.

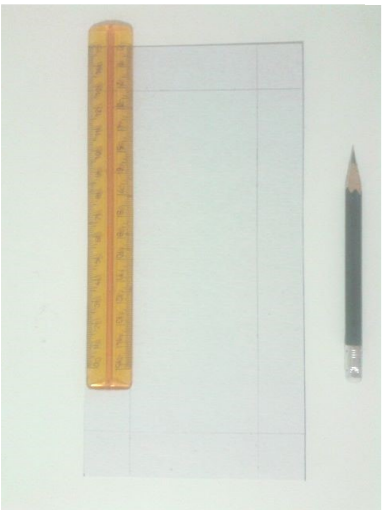
[1] Questo aspetto sarà sviluppato più approfonditamente nello svolgimento del punto n.3

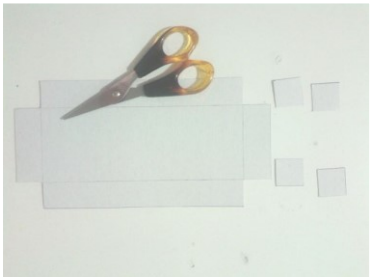
Riporto in questa pagina di approfondimento le foto scattate durante la procedura di realizzazione della scatola dopo aver trovato analiticamente la lunghezza del segmento dei quadrati da ritagliare.



Materiale utilizzato:

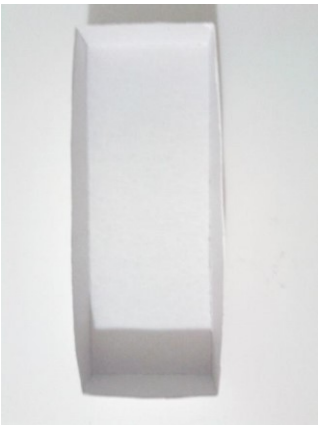
1- Forbici appuntite
2- Righello
3- Matita
4- Gomma per cancellare
5- Nastro adesivo
6- Cartoncino resistente 20 x 10 cm

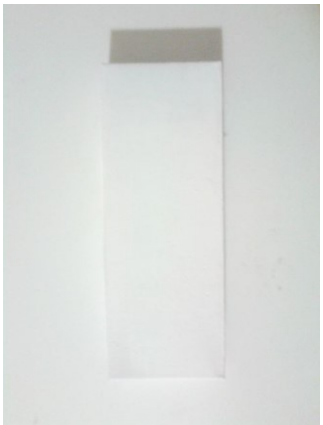




Prima fase:

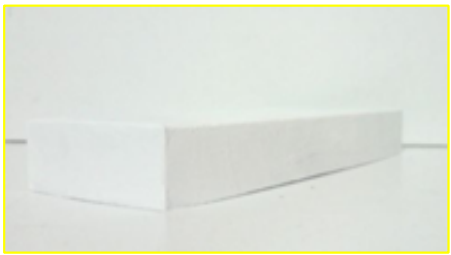
Utilizzando il righello traccio quattro linee perpendicolari tra loro ognuna delle quali dista 2,11*cm* dal lato del cartoncino e successivamente ritaglio i quattro quadratini che si sono venuti a creare dall'incrocio delle linee.





Seconda fase:

Piego internamente e lungo le linee in matita i quattro lembi della scatola e poi tramite del nastro adesivo li unisco tra loro ottenendo così una scatola.



Svolgimento punto 2

Verifica l'esistenza del punto stazionario attraverso le ipotesi del teorema di Rolle.

Introduzione

Alcuni dei teoremi fondamentali del calcolo differenziale sono:

- **Teorema di Rolle**

  Si basa su tre ipotesi che se verificate contribuiscono al raggiungimento della tesi.

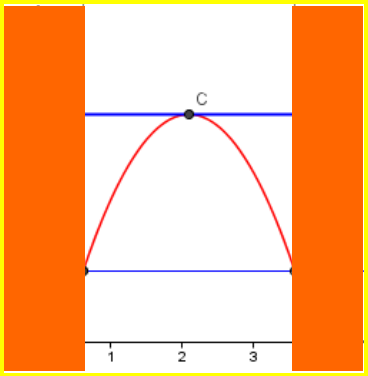
  Il teorema afferma che:

  se una funzione è continua in un intervallo chiuso $[a;b]$ derivabile in ogni punto dell'intervallo aperto $(a;b)$ e assume valori uguali $f(a)=f(b)$ negli estremi dell'intervallo, allora esiste almeno un punto c interno all'intervallo in cui la derivata si annulla, cioè $f'(c)=0$ (punto critico o stazionario).

  Da un punto di vista geometrico ciò significa che se rispettate le ipotesi, esiste un punto c in cui la tangente al grafico è parallea alla retta r passante per i punti estremi e dunque paralella all'asse x.

Michel Rolle (1652-1719)

È stato un matematico francese. È conosciuto principalmente per aver enunciato, nel 1691, nel caso particolare dei polinomi reali ad una variabile, una prima versione del teorema che porta il suo nome. Si deve inoltre a lui la corrente notazione standard: $\sqrt[n]{x}$ per indicare la radice n-esima di x.



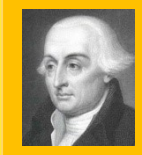
- **Teorema di Lagrange o del valor medio**

  Può essere considerato una conseguenza del teorema precedente quando viene a cadere la terza ipotesi, infatti, esso non prevede che la funzione assuma valori uguali $f(a)=f(b)$ negli estremi dell'intervallo.

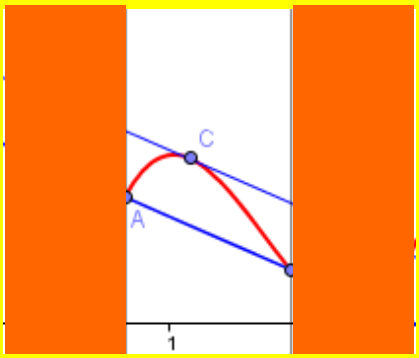
  Pertanto il teorema afferma che:

  se una funzione è continua in un intervallo limitato e chiuso $[a;b]$, e derivabile in ogni punto dell'intervallo aperto $(a;b)$ allora esiste almeno un punto c interno all'intervallo per cui vale la relazione $f'(c)=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ (punto critico o stazionario). Ciò significa che esiste un punto c in cui la tangente al grafico è parallea alla retta r passante per i punti estremi A e B.

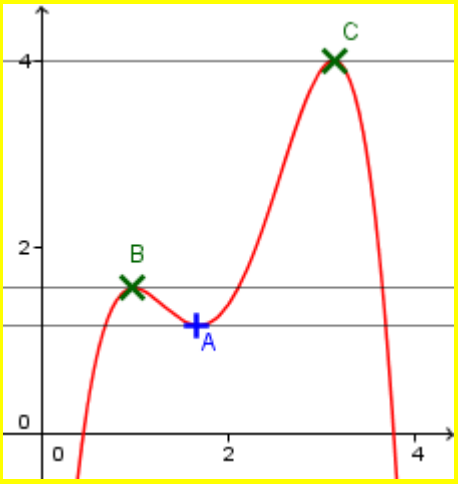
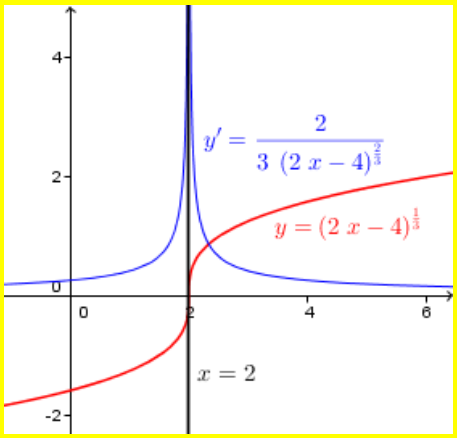
Giuseppe Lagrange (1736-1813)

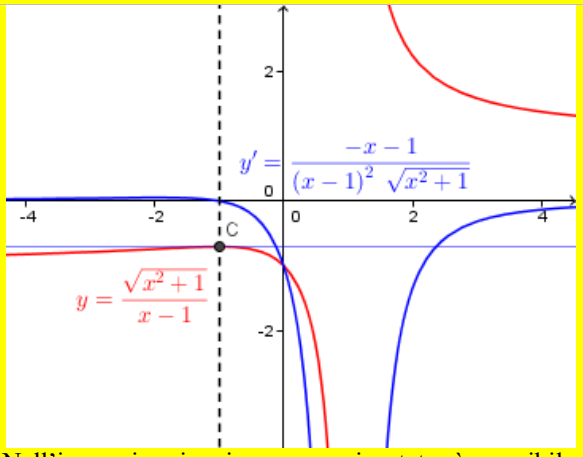


È stato un matematico e astronomo italiano per nascita e formazione e attivo nella sua maturità scientifica per ventuno anni a Berlino e per ventisei a Parigi. Si è dedicato alla risoluzione delle equazioni algebriche e alla teoria delle funzioni analitiche.

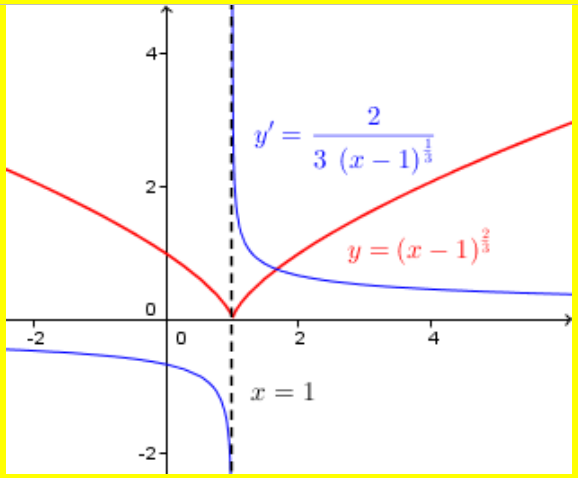


Prima di continuare con lo svolgimento del punto della consegna, ritengo doveroso fornire alcune inforazioni utili e necessarie riguardo i punti stazionari e i punti di non derivabilità.

	Punti stazionari	**Punti di non derivabilità**
Definizione	Sono i punti in cui la derivata prima della funzione si annulla. Sono anche definiti punti di flesso a tangente orizzontale.	Sono i punti in cui la continuità della funzione è garantita, ma non la derivabilità. Ciò significa che sono punti che appartengono al dominio della funzione, ma non a quello della derivata prima.
Classificazione	• Punti di massimo e minimo relativi Si individuano tramite lo studio del segno della derivata prima.  Nella rappresentazione sopra riportata i punti di massimo sono indicati con delle ics di colore verde, mentre i punti di minimo con delle croci di colore blu.	• Punti di flesso a tangente verticale Si verificano quando il limite destro e sinistro della derivata prima al tendere di x al valore del punto c risultano entrambi essere pari a $+\infty$ o $-\infty$.  Nell'immagine a lato la funzione è di colore rosso, mentre la relativa derivata è di colore blu. Da un'attenta osservazione si può evincere che $x = 2$ rappresenta un punto di continuità per la funzione, ma non per la derivata prima ed inoltre che il limite destro e sinistro della derivata prima al tendere di x al valore 2 risultano entrambi essere pari a $+\infty$.
	• Punti di flesso a tangente orizzontale Rappresentano algebricamente i punti in cui la derivata prima si annulla, mentre graficamente, sono i punti in cui la curva cambia di concavità.	• Punti di cuspide Cuspide deriva dal latino *cuspis*, che significa "punta della lancia". Si verificano quando il limite destro e sinistro della derivata prima al tendere di x al valore del punto c risultano discordi: uno è pari a $+\infty$ e l'altro a $-\infty$ o viceversa.



Nell'immagine iconica sopra riportata è possibile osservare che la derivata prima della funzione si annulla in un punto avente ascissa pari a quella del punto C che, pertanto, è definito come un punto di flesso a tangente orizzontale per la funzione.

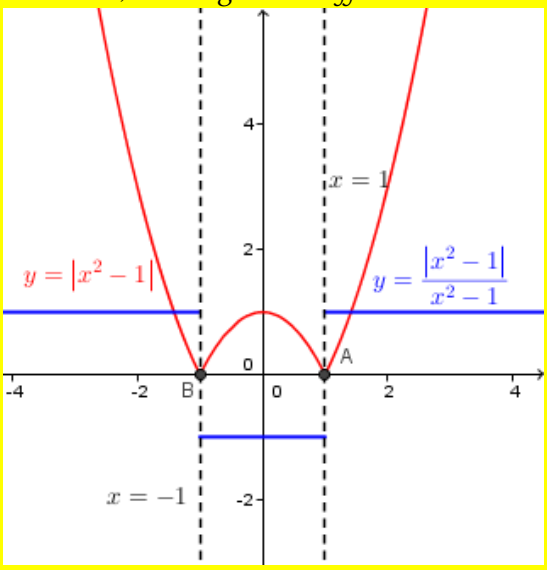


In tale immagine la funzione di partenza è di colore rosso, mentre la relativa derivata è di colore blu. Da un'accurata osservazione si può evincere che $x = 1$ rappresenta un punto di continuità per la funzione, ma non per la derivata prima ed inoltre che:

$$\lim_{x \to 1^-} f'(x) = -\infty\,;\ \lim_{x \to 1^-} f'(x) = +\infty$$

- Punti angolosi

Si verificano quando il limite destro e sinistro della derivata prima al tendere di x al valore del punto c risultano essere entrambi due valori finiti, o uno finito e l'altro no, ma in ogni caso differenti tra loro.



Come nei casi precedenti la funzione di partenza è di colore rosso, mentre la relativa derivata è di colore blu. Si può notare che $x = 1$ e $x = -1$ rappresentano due punti di continuità per la funzione, ma non per la derivata prima ed inoltre che:

$$\lim_{x \to -1^-} f'(x) = 1\,;\ \lim_{x \to -1^+} f'(x) = -1$$

Dopo questa breve introduzione riporto di seguito lo svolgimento del quesito.

Si richiede di verificare tramite il teorema di Rolle la presenza di un eventuale punto stazionario. Affinché il teorema sia valido è sufficiente e necessario verificare le tre ipotesi seguenti:

1- Continuità della funzione nell'intervallo (0;5)

Vero $\xrightarrow{perché}$ la funzione $V(x)$ è una funzione di tipo algebrico razionale intera di terzo grado e di conseguenza essendo definita in tutto $\Re$, è continua anche nell'intervallo (0;5).

2- Derivabilità della funzione nell'intervallo (0;5)

Vero $\xrightarrow{perché}$ la funzione derivata $V'(x)$ di $V(x)$ è:

$$V(x)=4x^3-60x^2+200x \Rightarrow V'(x)=12x^2-120x+200$$

Essendo la funzione $V'(x)$ definita in tutto $\Re$ in quanto è una funzione razionale algebrica intera, ciò significa che $V(x)$ è derivabile in tutto $\Re$ e, quindi, anche nell'intervallo (0;5).

3- La condizione $f(a)=f(b)$ è verificata

Vero $\xrightarrow{perché}$ essendo a e b i due valori estremi dell'intervallo $a=0$, $b=5$

$$\left.\begin{array}{l} f(0)=f(5) \\ f(0)=4\cdot 0^3-60\cdot 0^2+200\cdot 0 \\ f(0)=0 \\ f(5)=4\cdot 5^3-60\cdot 5^2+200\cdot 5 \\ f(5)=4\cdot 125-60\cdot 25+1000 \\ f(5)=500-1500+100 \\ f(5)=0 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{c} f(0)=f(5) \\ 0=0 \end{array}$$

Essendo le tre ipotesi verificate, per il teorema di Rolle

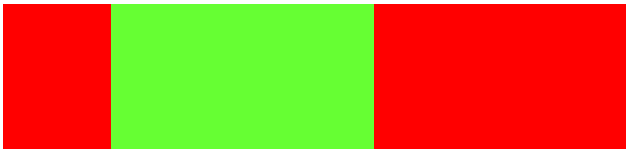
$$\exists c\in(0;5): f'(c)=0$$

$$f'(c)=12c^2-120c+200=0$$

$$\frac{\Delta}{4}=3600-2400=1200$$

$$c_{1,2}=\frac{60\pm 20\sqrt{3}}{12} \Rightarrow c_{1,2}=\frac{15\pm 5\sqrt{3}}{3} \begin{cases} c_1=\dfrac{15-5\sqrt{3}}{3}\approx 2{,}11 \\ c_2=\dfrac{15+5\sqrt{3}}{3}\approx 7{,}88 \end{cases}$$

Riporto su una retta le soluzioni trovate



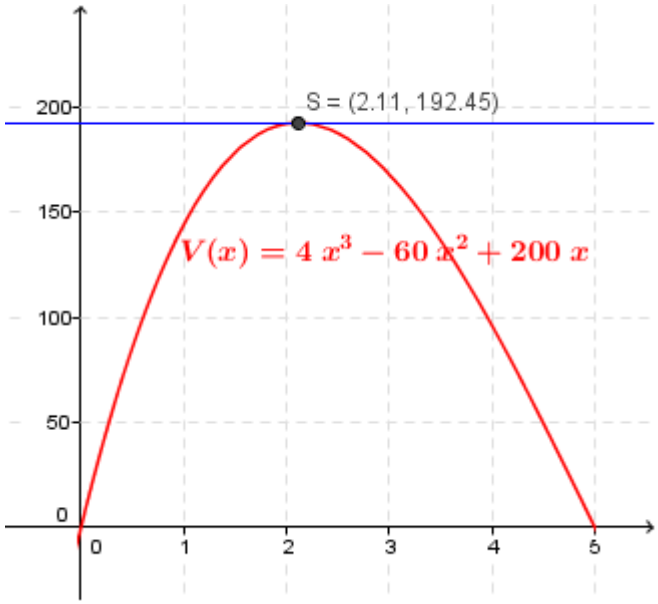
La soluzione accettabile è solo $c_1 = \frac{15-5\sqrt{3}}{3} \approx 2{,}11$ in quanto è l'unico valore che rientra nell'intervallo verde di esistenza $(0;5)$ della situazione problematica.

Per trovare le coordinate esatte del punto stazionario S, sostituico il valore *c* nella funzione di partenza:

$$V(c) = 4 \cdot (2{,}11)^3 - 60 \cdot (2{,}11)^2 + 200 \cdot 2{,}11$$
$$V(c) = 4 \cdot 9{,}39 - 60 \cdot 4{,}45 + 200 \cdot 2{,}11$$
$$V(c) = 37{,}57 - 267{,}126 + 422 = 192{,}44$$

Dopo quanto trovato si può esserire che la funzione $V(x)$ presenta un punto stazionario S il quale ha coordinate: $S(2{,}11;192{,}44)$. Ciò serve a dimostrare che il punto precedente è stato svolto in maniera corretta vista la coerenza dei risultati.

Riporto **la rappresentazione grafica** della funzione $V(x)$ in cui ho messo in evidenza la presenza del punto stazionario S.

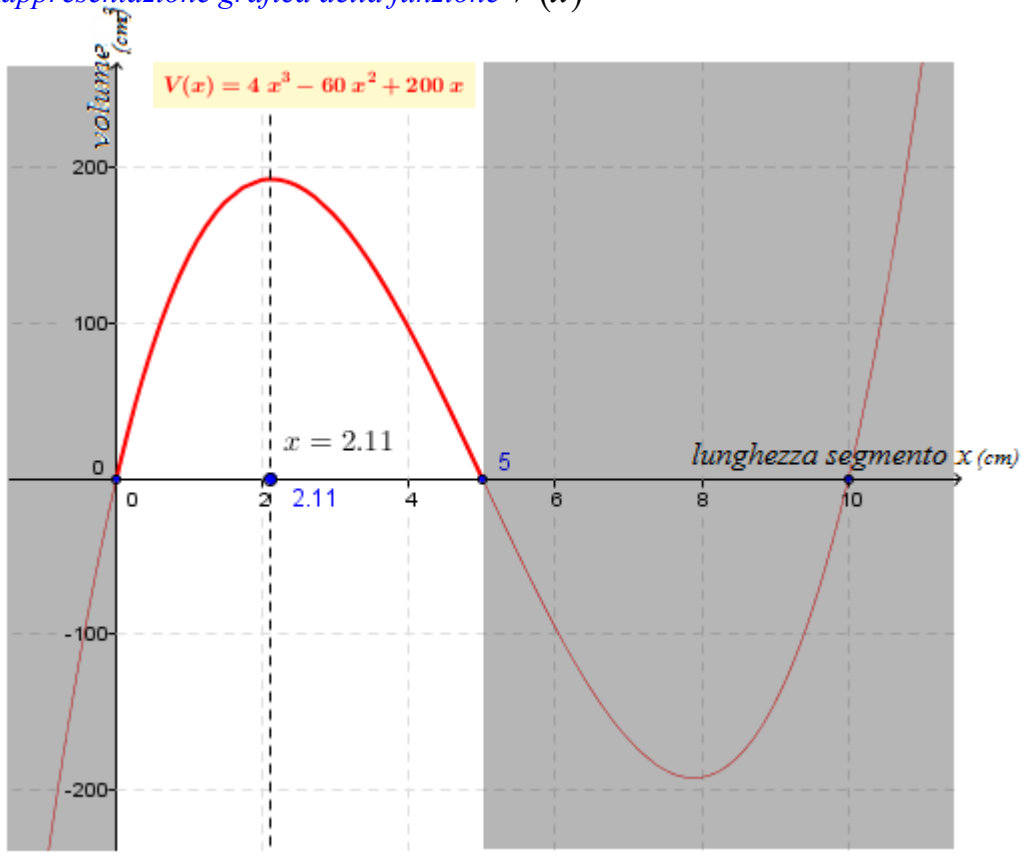


Svolgimento punto 3

Con l'ausilio di Geogebra rappresenta e descrivi l'andamento dei volumi al variare delle dimensioni dei quattro quadrati sottratti al cartone.

In questo punto si richiede di descrivere l'andamento del grafico della funzione trovata analizzandone il comportamento al variare sia della variabile indipendente rappresentata dalla lunghezza del segmento *x,* e sia dei valori del volume che dipendono dal citato vincolo.

Rappresentazione grafica della funzione $V(x)$



Verbalizzazione

Nell'immagine sopra riportata l'asse delle ascisse indica i valori della lunghezza del segmento *x*, mentre sull'asse delle ordinate sono riportati i valori del volume. Si noti che gli assi cartesiani non sono monometrici tra loro in quanto ad un'unità sull'asse delle ascisse ne corripsondono 50 sull'asse delle ordinate. Le proporzioni tra gli assi sono state alterate per un lettura più chiara del grafico. In aggiunta, dato che come è stato più volte ribadito la funzione assume significato solo nell'intervallo $(0;5)$ le aree di piano a sinistra di 0 ed a destra di 5 sono state oscurate. In tale immagine iconica è stata rappresentata una porzione di una funzione razionale algebrica intera di terzo grado, dunque, una cubica, che avendo il primo coefficiente positivo proviene da -∞ ed ha un andamento ascendente. Leggendo il grafico da sinistra verso destra si può individuare che il valore del volume aumenta al crescere delle dimensioni di *x*, ma solo fino a quando la *x* assume valore pari a 2,11, infatti, dopo questo valore al crescere del segmento il volume diminuisce; proprio perché $x = 2{,}11$ è il punto in cui la derivata prima si annulla e la funzione presenta un punto di massimo relativo.

Svolgimento punto 4

Calcola il volume della scatola che hai appena trovato

Dopo aver trovato che il valore del lato x del quadrato da ritagliare è pari a 2,11, è possibile determinare la misura degli altri lati.

Calcolo la misura dei segmenti necessari:

- **Segmento AN**

  $AN = 20 - 2x \Rightarrow AN = 20cm - 2 \cdot 2{,}11cm$

  $AN = 20cm - 4{,}22cm = 15{,}78cm$

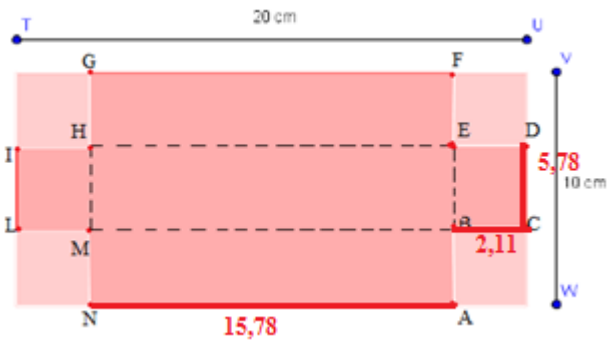
- **Segmento CD**

  $CD = 10 - 2x \Rightarrow CD = 10cm - 2 * 2{,}11cm$

  $CD = 10cm - 4{,}22cm = 5{,}78cm$

- **Segmento BC**

  $BC = x \Rightarrow BC = 2{,}11cm$



La scatola, avendo la forma di un parallelepipedo, ha volume pari al prodotto delle tre dimensioni: lunghezza x profondità x altezza, che equaivale a:

$V = AN \cdot CD \cdot BC \Rightarrow V = 15{,}78cm \cdot 5{,}78cm \cdot 2{,}11cm$

$V = 192{,}44cm^3$

Soluzione

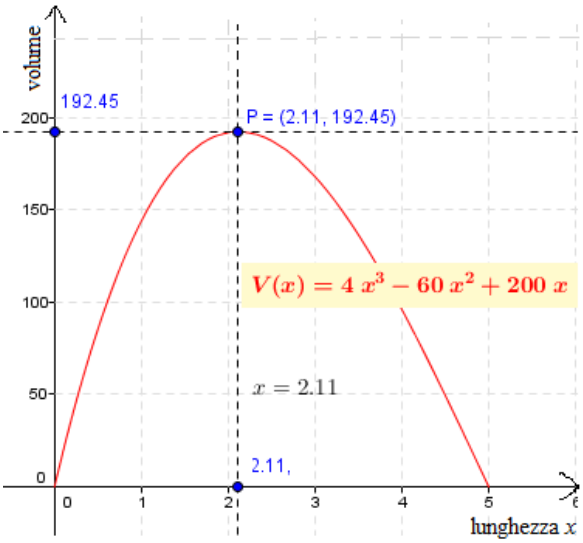
La scatola appena realizzata ha volume pari approssivativamente a 192,44 cm^3.

Approfondimento

Verifico il risultato trovato osservando attentamente il grafico della funzione.

L'asse delle ascisse corrisponde ai valori che può assumere il segmento x che vanno da 0 a 5, mentre, l'asse delle ordinate riporta i valori del volume.

Come si può osservare per $x = 2{,}11$, $y = 192{,}45$ e ciò significa che quando dal cartoncino di partenza si ritagliano quattro quadrati di lato $2{,}11cm$, si ottiene una scatola avente un volume pari a $192{,}45cm^3$ così come è stato trovato nello sviluppo dell'esercizio sopra riportato. Da ciò ne consegue che il risultato trovato è esatto.

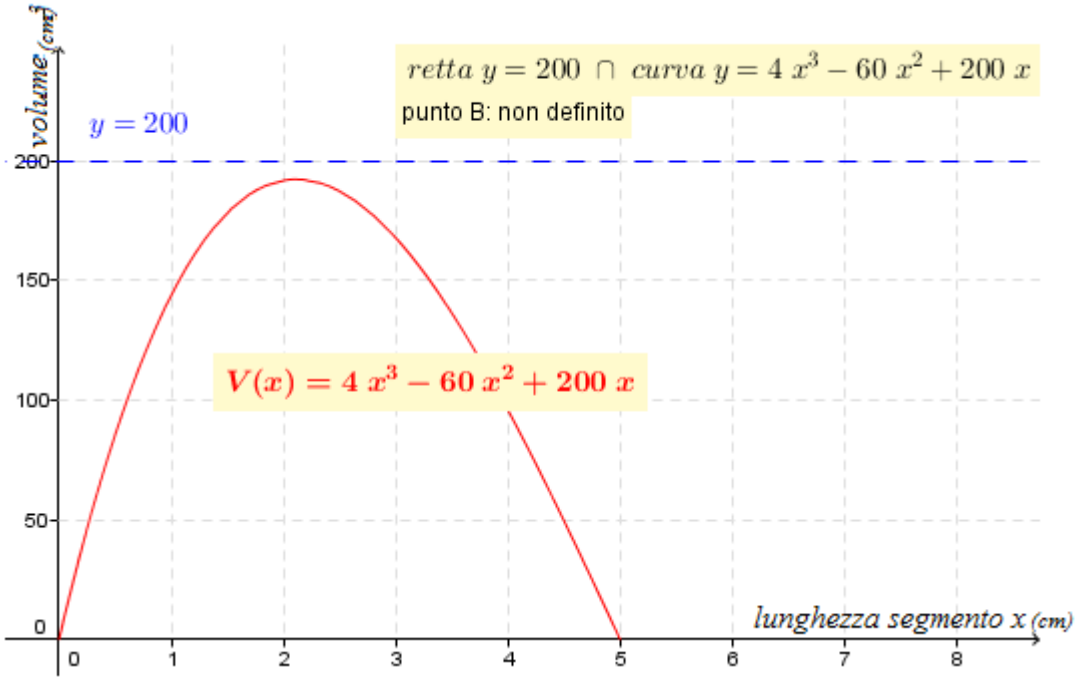


Svolgimento punto 5

Dimostra, servendoti di Geogebra, che il nostro cartone non potrà contenere in nessun caso un valore di 200 cm³

In questo punto si richiede di dimostrare attraverso un'attenta osservazione del grafico della funzione del volume che con il cartoncino di partenza *10X20 cm²* non si potrà mai costruire una scatola di volume pari a *200 cm³*.

Rappresentazione grafica della funzione



Verbalizzazione

Nell'immagine sopra riportata l'asse delle ascisse indica i valori della lunghezza del segmento *x*, mentre sull'asse delle ordinate è riportata la misurazione del volume in funzione della lunghezza del segmento. Come si evince chiaramente da tale rappresentazione la retta $y = 200$ non interseca in alcun punto B la funzione. Ciò significa che per nessun valore di *x* è possibile ottenere una scatola di volume pari a *200 cm³*.

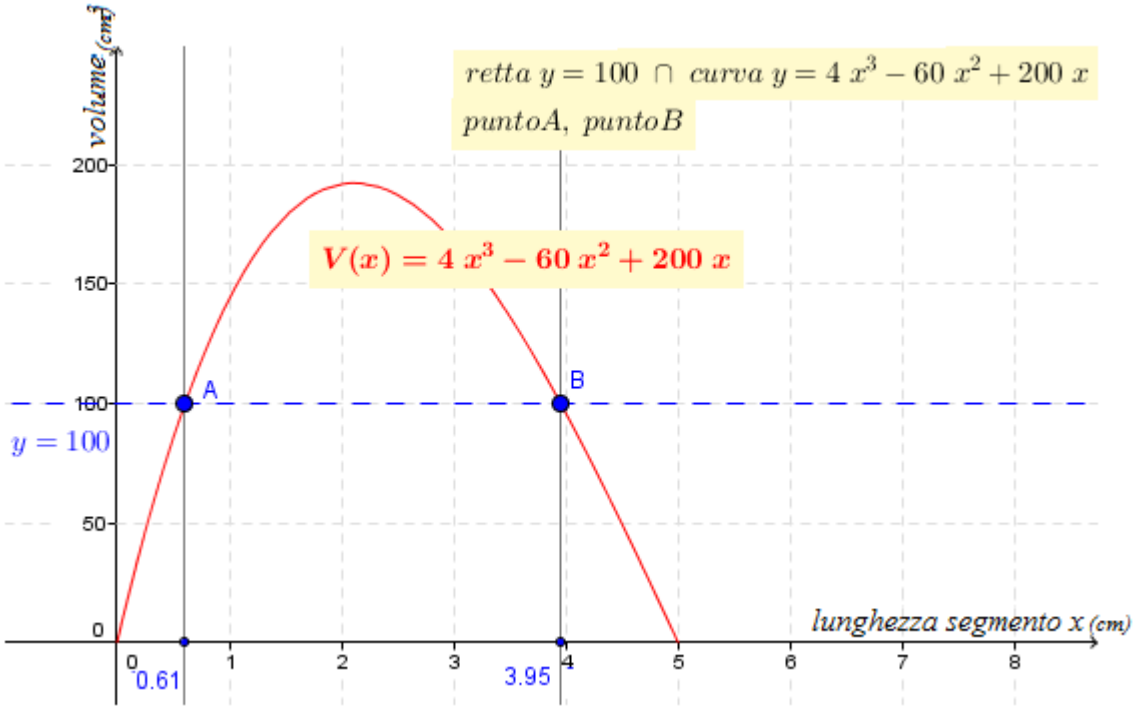
Inoltre la veridicità di questa affermazione era già emersa nello svolgiemento del punto precedente, in quanto la scatola realizzata è quella avente volume **massimo** che è pari a 192,45cm^3 .

Svolgimento punto 6

Servendoti di Geogebra, approssima l'altezza della scatola per un volume pari a 100 cm³

In questo punto bisogna individuare per quali valori dell'altezza e dunque per quali valori del segmento *x*, si può ottenere una scatola di volume pari a *100 cm*^{3}.

Rappresentazione grafica della funzione



Verbalizzazione

In tale immagine iconica, l'asse delle ascisse indica i valori della lunghezza del segmento *x*, mentre l'asse delle ordinate quelli del volume in funzione della lunghezza del segmento.

Come si evince dall'osservazione di tale rappresentazione la retta $y = 100$ interseca la curva della funzione in due punti A e B di coordintate rispettivamente (0,61;100) e (3,95;100).

Ciò significa che esistono due valori del segmento *x* [2] per cui si può realizzare una scatola di volume pari a *100 cm*^{3}, in particolare ciò si verifica quando si ritagliano quattro quadrati ognuno dei quali ha lo spigolo che approssimativamente è pari a *0,61cm* oppure pari a *3,95cm.*

[2] Segmento *x* = lunghezza dello spigolo di uno dei quattro quadrati congruenti da ritagliare.

Ringraziamenti

Dopo quanto presentato vorrei ringraziare tutte le persone che molto gentilmente hanno voluto condividere la propria perla di saggezza.

Ringrazio la professoressa Giallonardo Mariella, la mia docente di matematica delle scuola medie, la quale ha saputo seminare in me il germe di questo amore per la matematica.

Ringrazio la professoressa Rosanova Consiglia a cui rivolgo il mio più grande rispetto e sincera stima per la sua cortesia e professionalità.

Ringrazio Angela Mastrocinque, una neodottoressa in matematica con la quale ho avuto la fortuna di stringere un bel rapporto avendo la passione per questa magnifica scienza in comune.

Ringrazio, Erica Cutillo per la sua gentilezza e, in modo particolare, Giacomo Impronta, mio carissimo compagno di scuola, perché con il suo spirito ancora fanciullesco riesce fortunatamente a cogliere aspetti della vita innocenti, ingenui, gioiosi che spesso sfuggono a chi non è ancora bambino.

Ringrazio anticipatamente il professore Boscaino, per la sua professionalità incommensurabile, per i suoi insegnamenti e per la frase che aspetterò con ansia di leggere per la quale ho lasciato alcune righe all'inizio.

Ringrazio anche mia nonna, il mio braccio destro, che ha compreso chiaramente il senso della matematica: ti aiuta a far funzionare il cervello! Nonostante il fatto che lei non abbia una base culturale e la sua bell'età, ma ciò è testimonianza che ogni pensiero umano è un piccolo dono, infatti, anche Plinio il Vecchio sostiene che *non esiste libro tanto cattivo che in qualche parte possa giovare.*

Ringrazio chi mi ha dedicato il proprio tempo leggendo questo elaborato arrivando fino alla fine.

Marianna Angiolelli

Fine

Alunna:

Marianna Angiolelli VA

Insegnante:

Luigi Boscaino